並列有限要素法による
三次元定常熱伝導解析プログラム
（1/2）

中島 研吾
東京大学情報基盤センター

扱うプログラム

- fem3dの並列版
- MPIによる並列化

- プログラムのインストール
- 実行
  - 並列有限要素法の手順
  - 領域分割とは?
  - 本当の実行
- データ構造

ファイルコピー on FX10

FORTRANユーザー

```
>$ cd ~/pFEM
>$ cp/home/S11502/nakajima/2015Summer/F/fem3d.tar .
>$ tar xvf fem3d.tar
```

Cユーザー

```
>$ cd ~/pFEM
>$ cp/home/S11502/nakajima/2015Summer/C/fem3d.tar .
>$ tar xvf fem3d.tar
```

ディレクトリ確認

```
>$ ls
    fem3d  pfem3d
>$ cd pfem3d
```

※ ~/pFEM/fem3dには<$P-TOP>/fem3dと同じものがある

コンパイル

メッシュジェネレータ

```
>$ cd ~/pFEM/pfem3d/mesh
>$ frtpx -Kfast mgcube.f -o mgcube
```

領域分割機能

```
>$ cd ~/pFEM/pfem3d/part
>$ make
>$ ls ../mesh/part
   part
```

計算本体

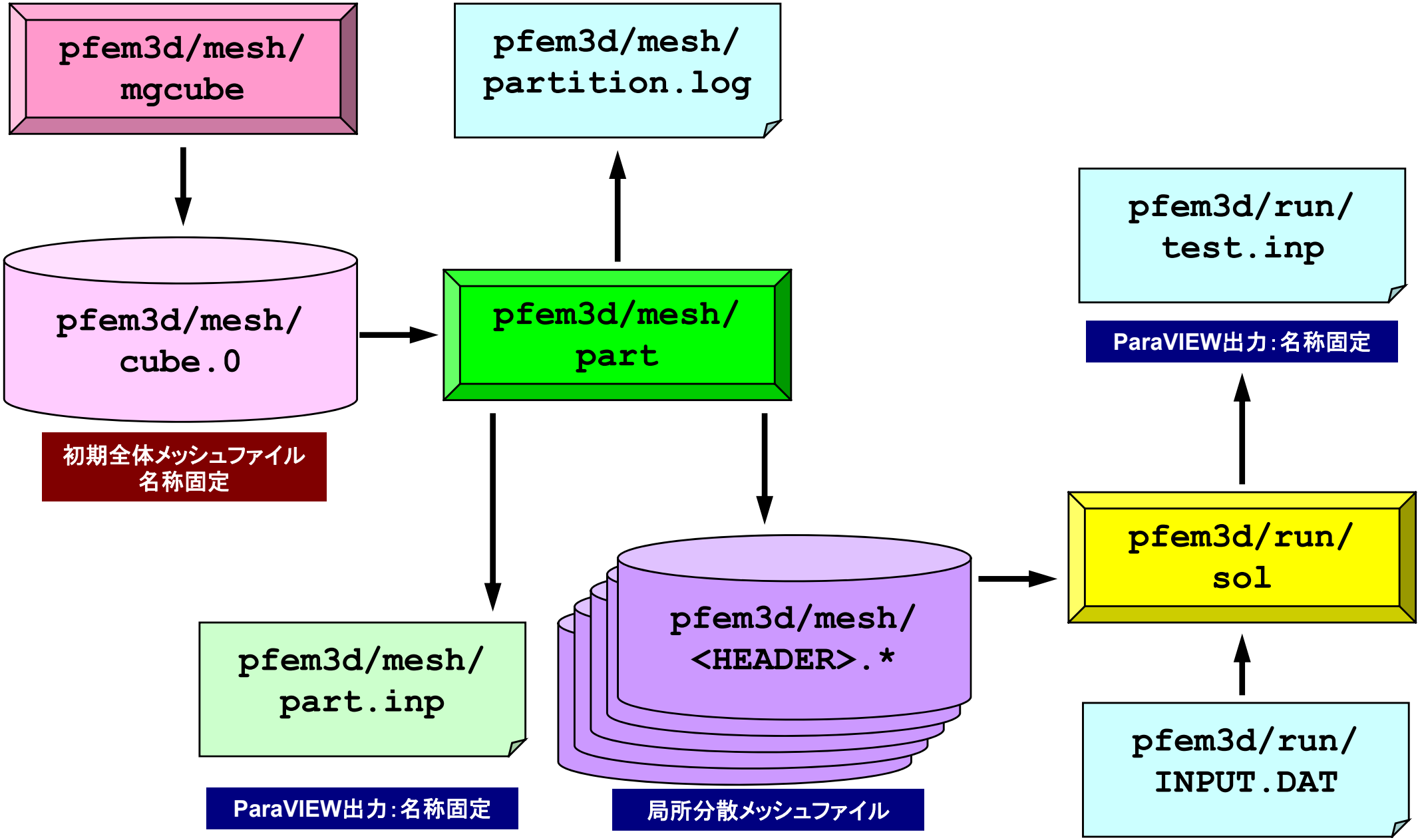
```
>$ cd ~/pFEM/pfem3d/src
>$ make
>$ ls ../run/sol
   sol
```

- プログラムのインストール
- 実行
  - 並列有限要素法の手順
  - 領域分割とは?
  - 本当の実行
- データ構造

並列有限要素法の手順

- 初期全体メッシュファイルを作成する
  - **~/pFEM/pfem3d/mesh/mg.sh**
- 領域を分割する（局所分散メッシュファイル）
  - **~/pFEM/pfem3d/mesh/part_XXX.sh**
- 計算を実施する
  - **~/pFEM/pfem3d/run/go.sh**

並列有限要素法の手順


pfem3d/mesh/
mgcube
pfem3d/mesh/
partition.log
pfem3d/run/
test.inp
pfem3d/mesh/
cube.0
pfem3d/mesh/
part
ParaVIEW出力:名称固定
初期全体メッシュファイル
名称固定
pfem3d/run/
sol
pfem3d/mesh/
part.inp
pfem3d/mesh/
<HEADER>.*
pfem3d/run/
INPUT.DAT
ParaVIEW出力:名称固定
局所分散メッシュファイル

- プログラムのインストール
- 実行
  - 並列有限要素法の手順
  - 領域分割とは?
  - 本当の実行
- データ構造

領域分割機能：Partitioner

初期全体メッシュデータを与えることによって，
自動的に局所分散メッシュデータを生成する
一次元⇒プログラム内で実行，三次元⇒困難

- 内点，外点
  - 局所分散メッシュデータ
  - 内点～外点となるように局所番号をつける
- 通信テーブル
  - 隣接領域情報
    - 隣接領域数
    - 隣接領域番号
  - 外点情報
    - どの領域から，何個の，どの外点の情報を「import」するか
  - 境界点情報
    - 何個の，どの境界点の情報を，どの領域に「export」するか

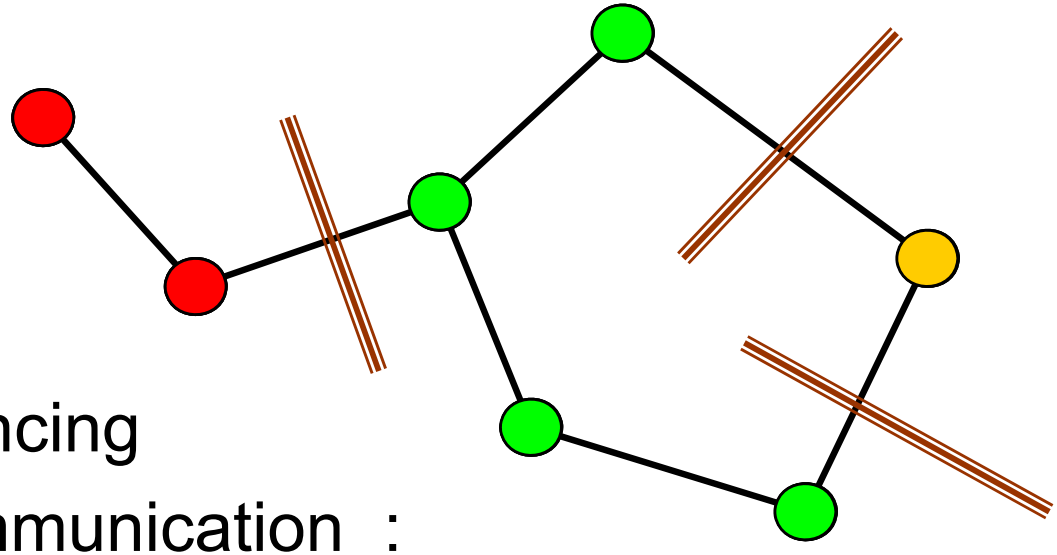
Partitioning とは？

- Graph/Graphic Partitioningの略
- 並列計算のための領域分割を実現するための手法
- 1PEでは計算できないような巨大な全体領域を局所データに分割する

Graph/Graphic Partitioning とは？

Graph/Graphic Partitioningとは「グラフ」（*graphs* ：節点と辺の集合）に関する「グラフ理論」を並列計算における領域分割に応用した手法である

一筆書き，四色問題



良い領域分割

領域間の負荷均等：Load balancing

領域間通信量最小：Small Communication ：

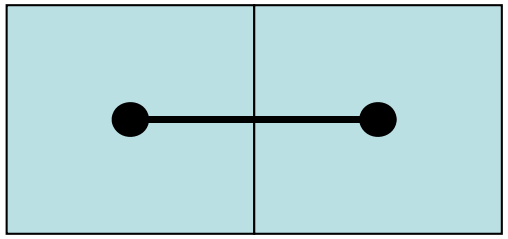
前処理つき反復法の収束に影響

隣接領域数最小

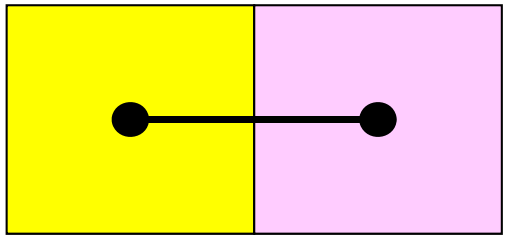
EDGE-CUTとは？

- 辺の両端の節点（または要素）が異なった領域に属している場合，「EDGE-CUTが生じている。」という。
- EDGE-CUTが少ないほど，通信は少ない。

EDGE-CUT無し



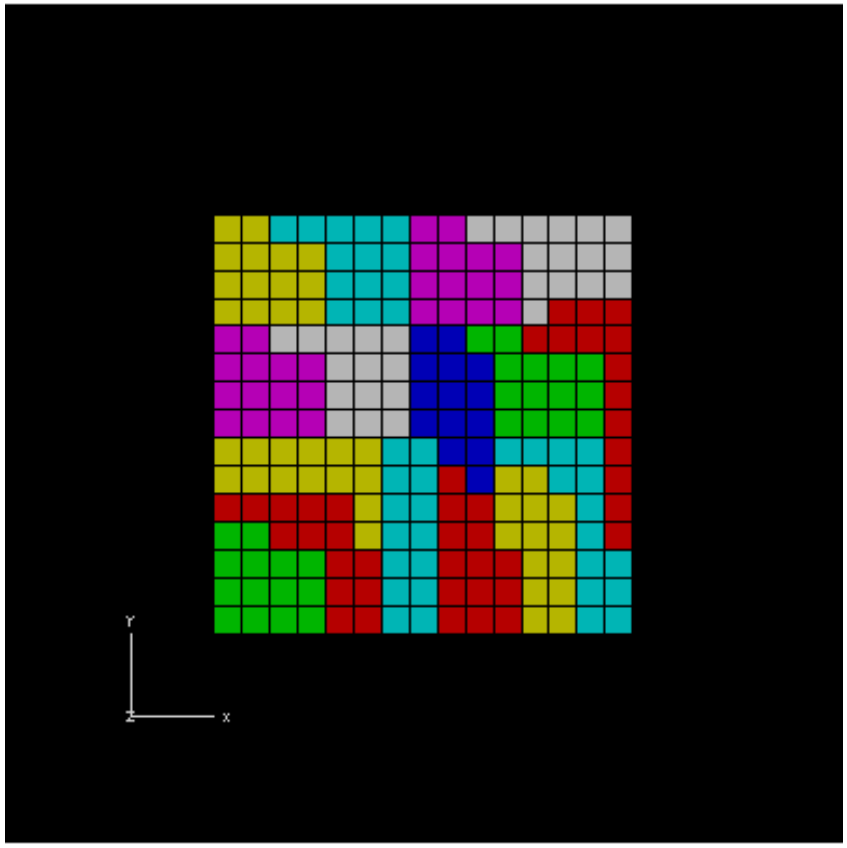
EDGE-CUT有り



Partitioning の反復法収束への影響

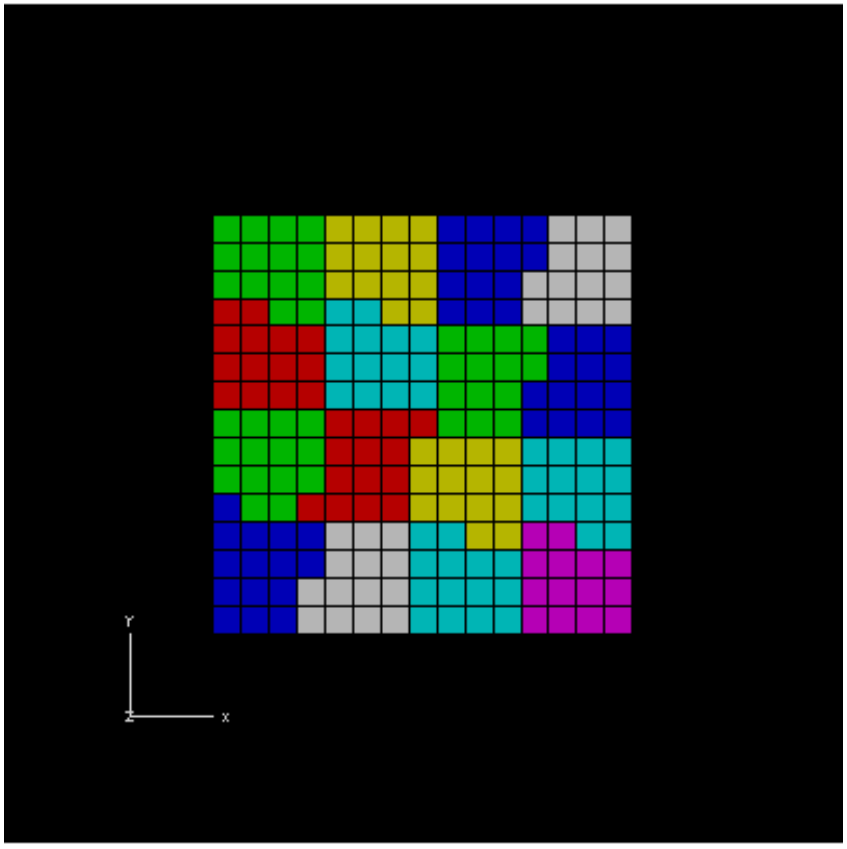
15×15領域を16分割：負荷バランスは取れている

Edge-Cut多い



RGB

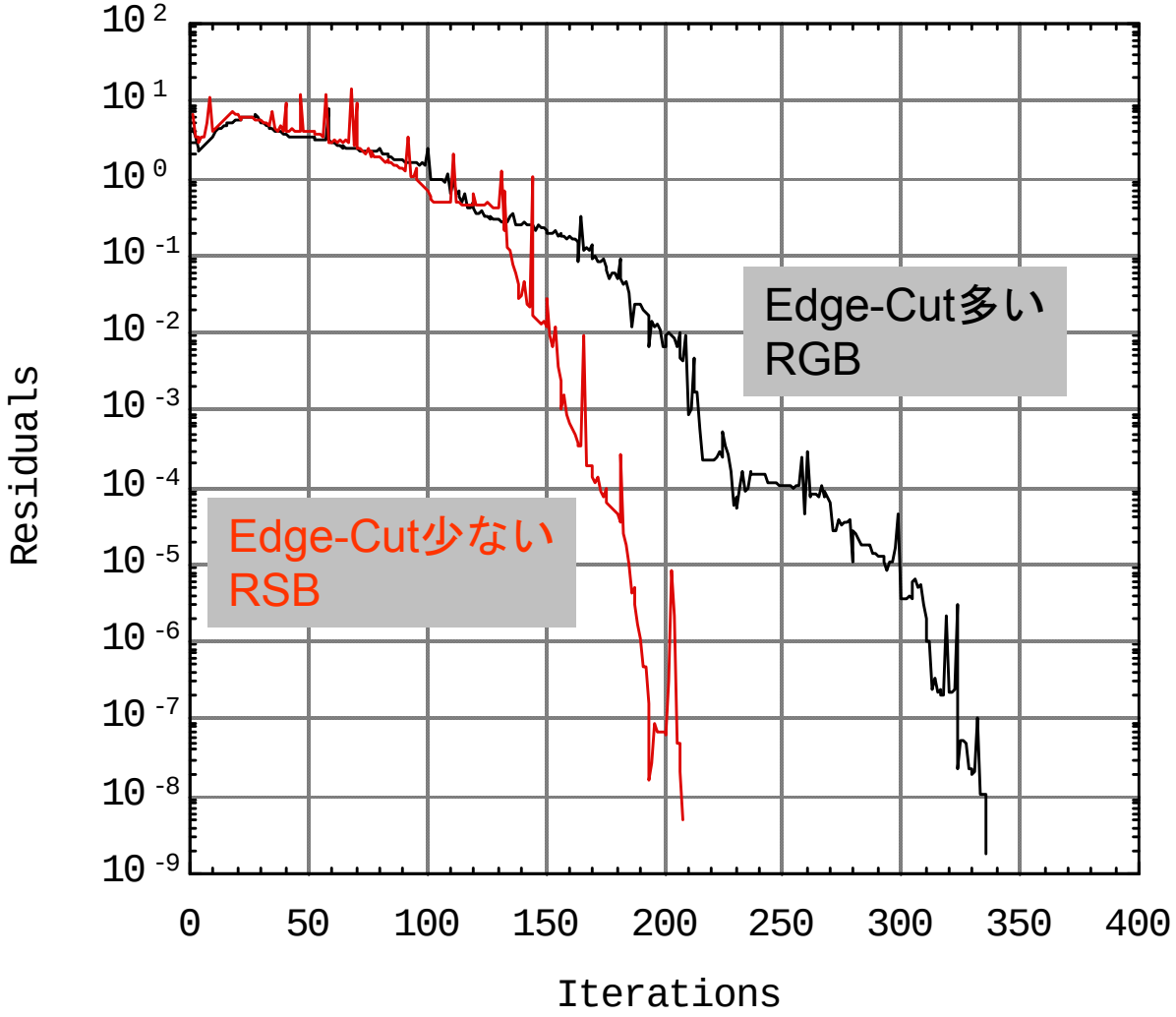
Edge-Cut少ない



RSB

Partitioning の反復法収束への影響

BiCGSTAB with Localized ILU(0) Preconditioning
15X15 region, RGB/RSB for 16 PE's , Poisson eqn's
Edge-Cutが少ないほど（通信が少ないほど）収束は速い
今回は前処理が対角スケーリングなので無関係だが



	RGB	RSB
Neighboring PEs (Ave., max)	3.63, 7	3.63, 6
Boundary Edges (Ave, max)	15.1, 19	12.5, 18

1996年2月頃
やった計算

Partitioning手法

- 嘗ては多くの研究グループがあったが今は，**METIS**（ミネソタ大学）と**JOSTLE**（グリニッジ大学）にほぼ集約

- METIS：Univ.Minnesota
  - http://glaros.dtc.umn.edu/gkhome/views/metis/
- JOSTLE：Univ.Greenwich
  - http://staffweb.cms.gre.ac.uk/~c.walshaw/jostle/
- Scotch/PT-Scotch：比較的最近
  - http://www.labri.fr/perso/pelegrin/scotch/

~/pFEM/pfem3d/mesh/part

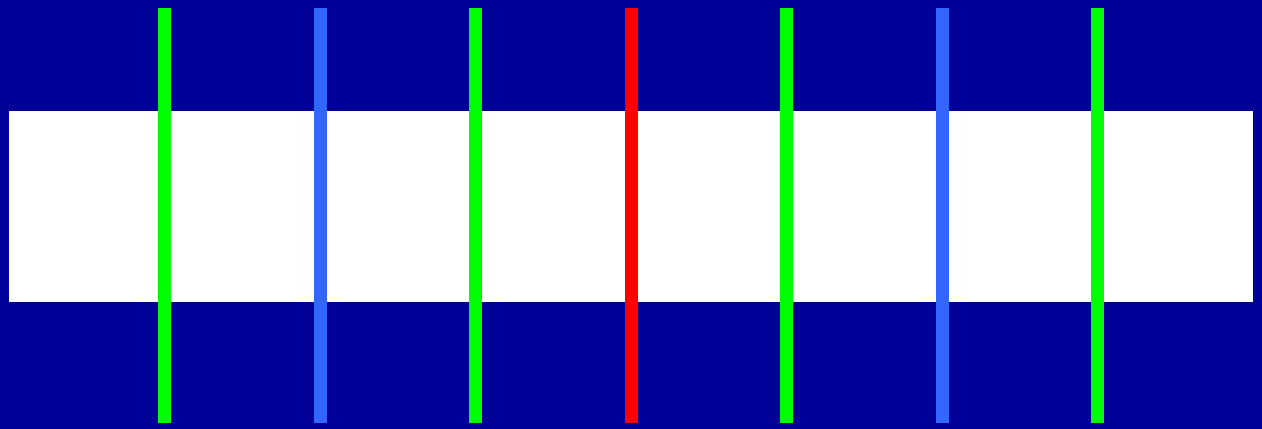
- 初期全体メッシュデータを対象とした簡易ツール
  - シリアル処理
- 初期全体メッシュデータを入力として，局所分散メッシュデータ，通信情報を出力する。
- 分割手法
  - RCB （Recursive Coordinate Bisection）法
  - METIS
    - kmetis　　領域間通信最小（edge-cut最小）
    - pmetis　　領域間バランス最適化

RCB法

Recursive Coordinate Bisection

H.D.Simon ”Partitioning of unstructured problems for parallel processing”, Comp. Sys. in Eng., Vol.2, 1991.

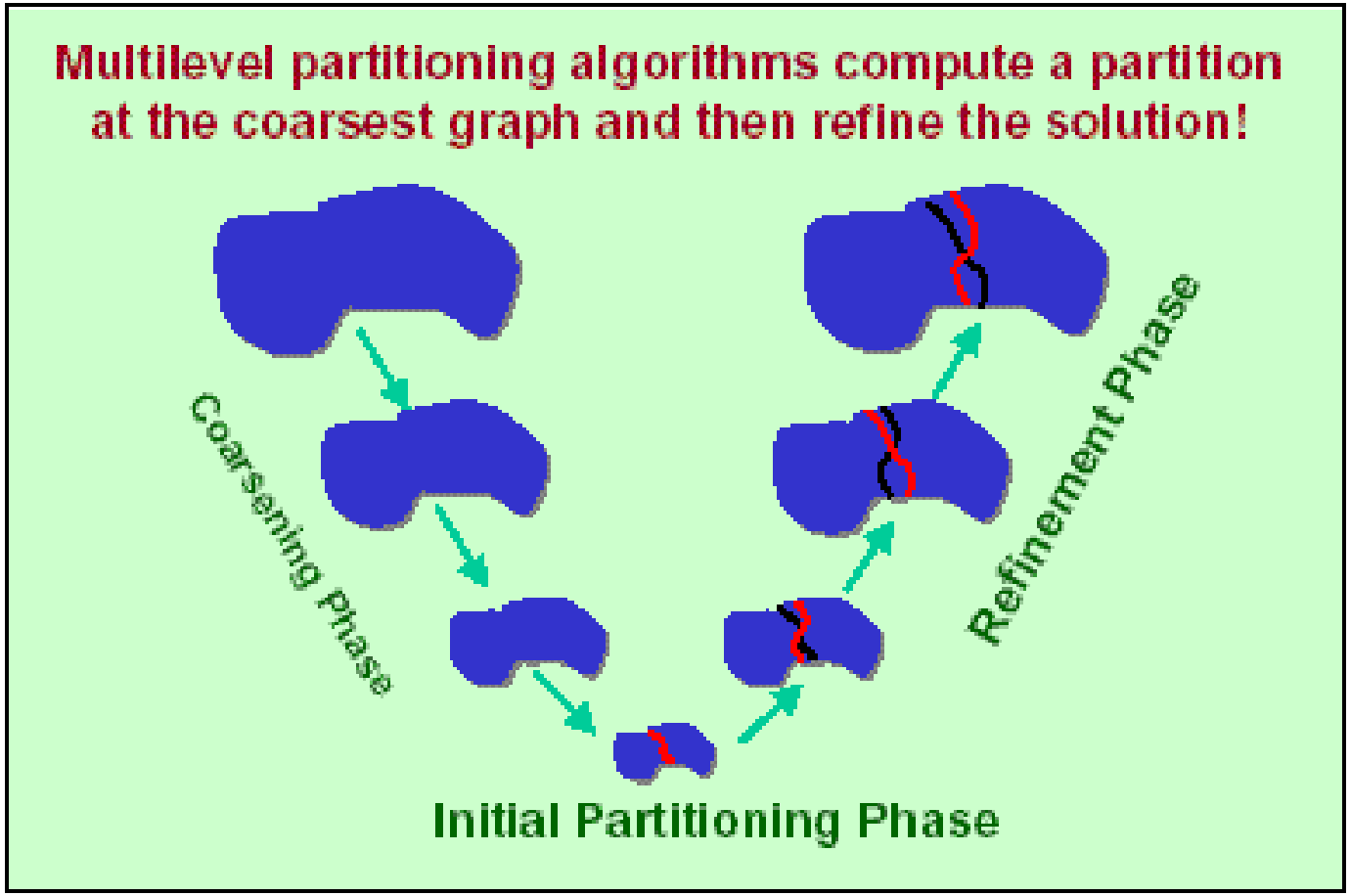
- XYZ座標成分の大小をとりながら分割
- 分割基準軸は形状に応じて任意に選択できる
- たとえば細長い形状では同じ方向への分割を続ける
- 2^n領域の分割しかできない
- 高速，簡易形状では**METIS**より良い



METIS

http://glaros.dtc.umn.edu/gkhome/views/metis/

- マルチレベルグラフ理論に基づいた方法



METIS

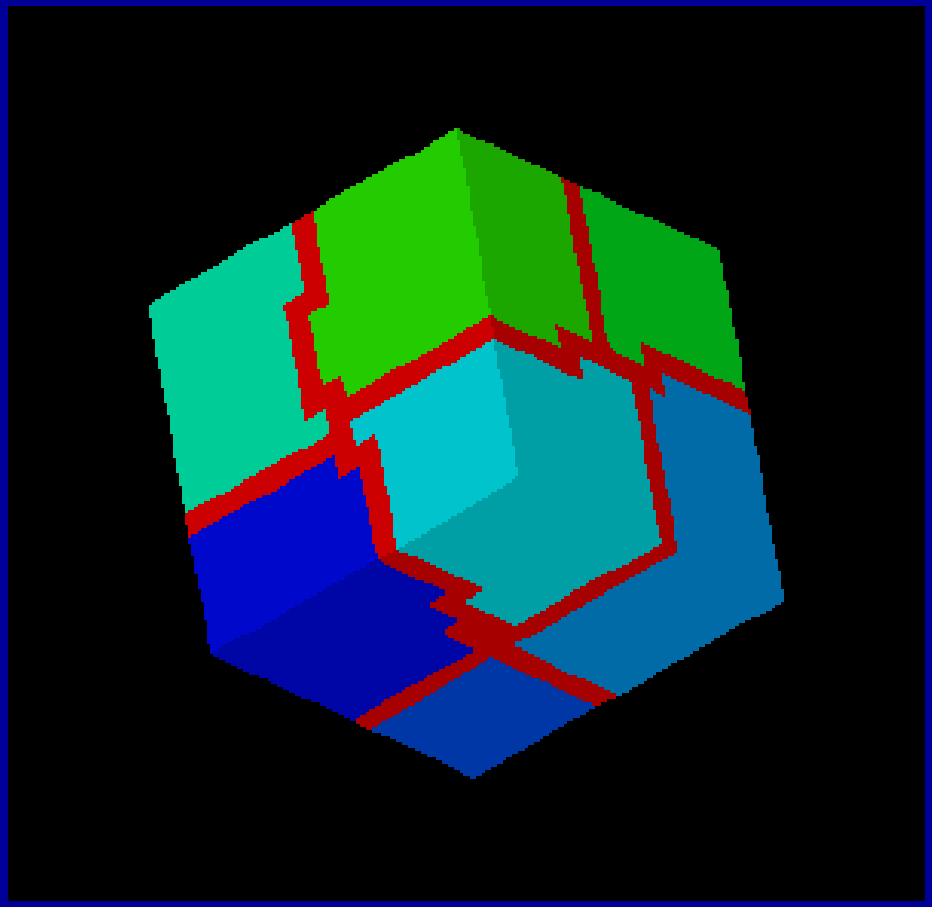
http://glaros.dtc.umn.edu/gkhome/views/metis/

- マルチレベルグラフ理論に基づいた方法
  - 特に通信（edge-cut）が少ない分割を提供する
  - 安定，高速
  - フリーウェア，他のプログラムに組み込むことも容易
- 色々な種類がある
  - k-METIS　　通信量（edge-cut）最小
  - p-METIS　　領域間バランス最適化
  - ParMETIS　　並列版
  - 領域分割だけでなく，オーダリング，データマイニングなど色々な分野に使用されている
    - 接触，衝突問題における並列接触面探索

領域分割例：立方体領域：8分割

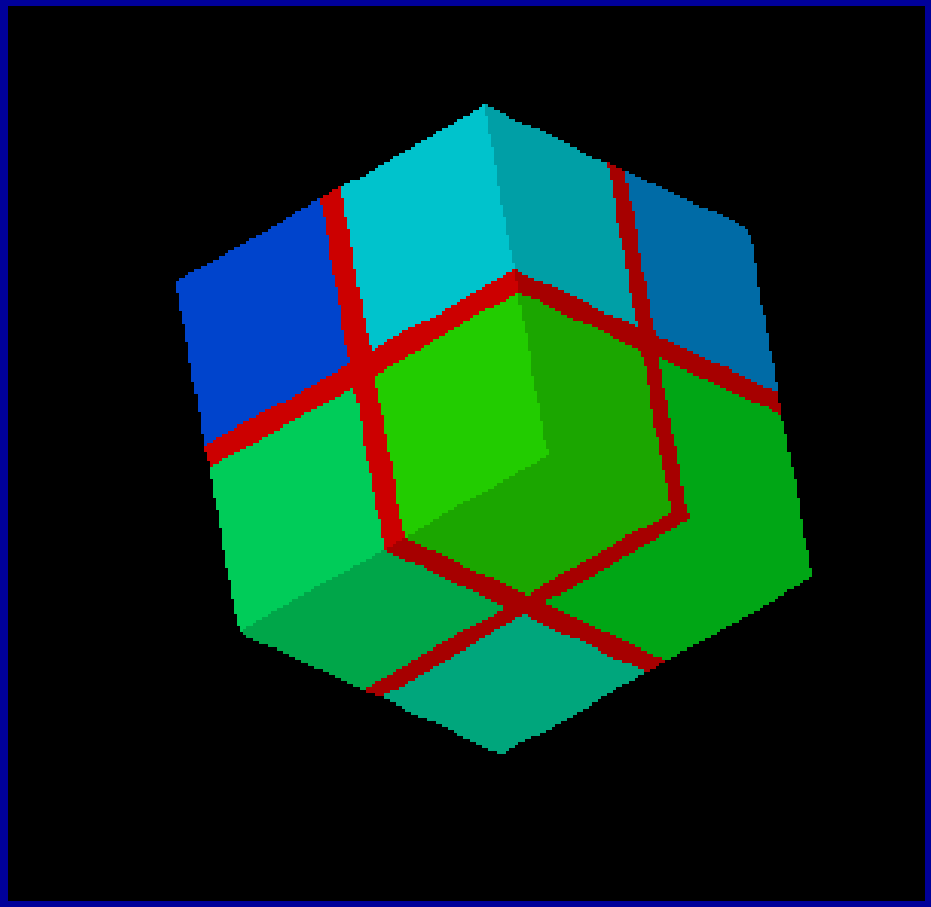
3,375要素（=15^3），4,096節点

単純な形状ではむしろRCBが良い



k-MeTiS

edgecut = 882



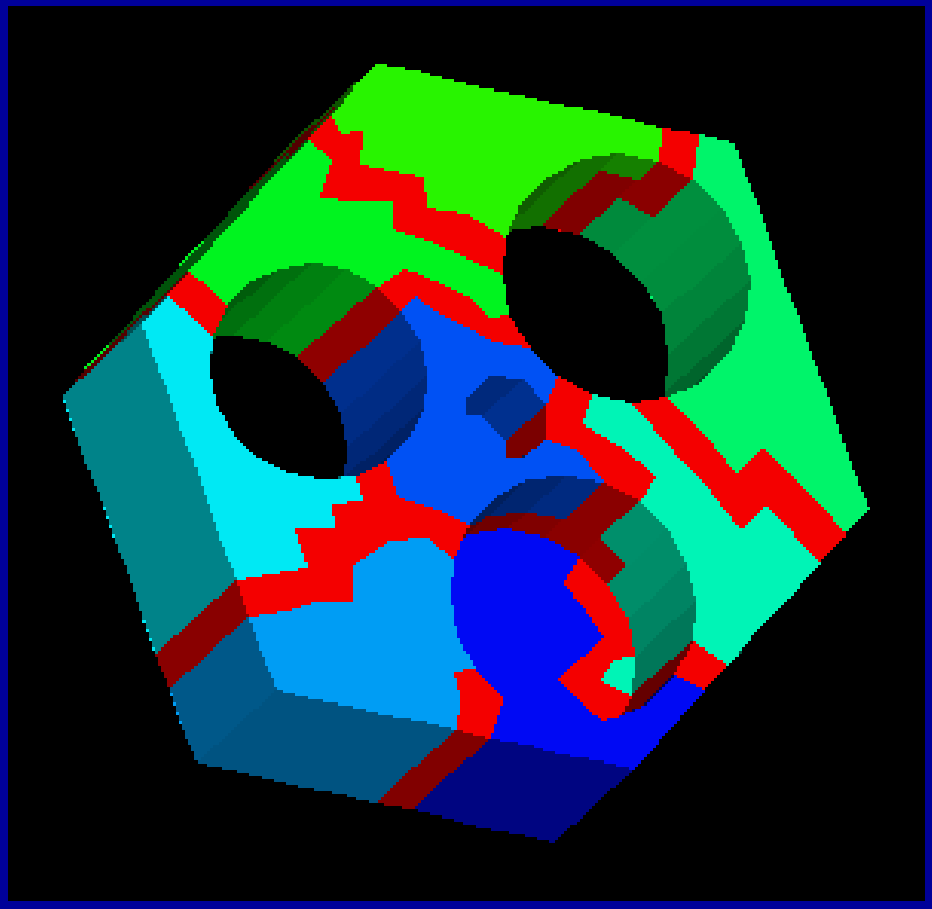
RCB

edgecut = 768

領域分割例：黒鉛ブロック：8分割

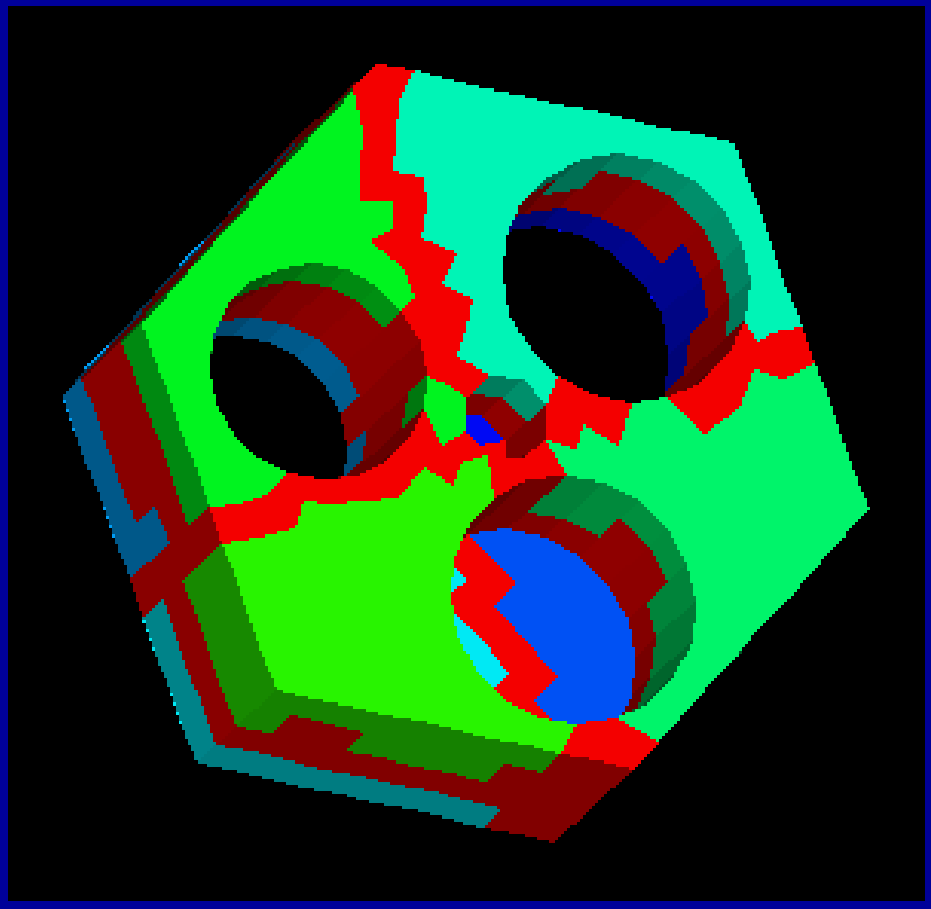
795要素，1,308節点

複雑形状ではMeTiSが良い：Overlap領域細い



k-MeTiS

edgecut = 307



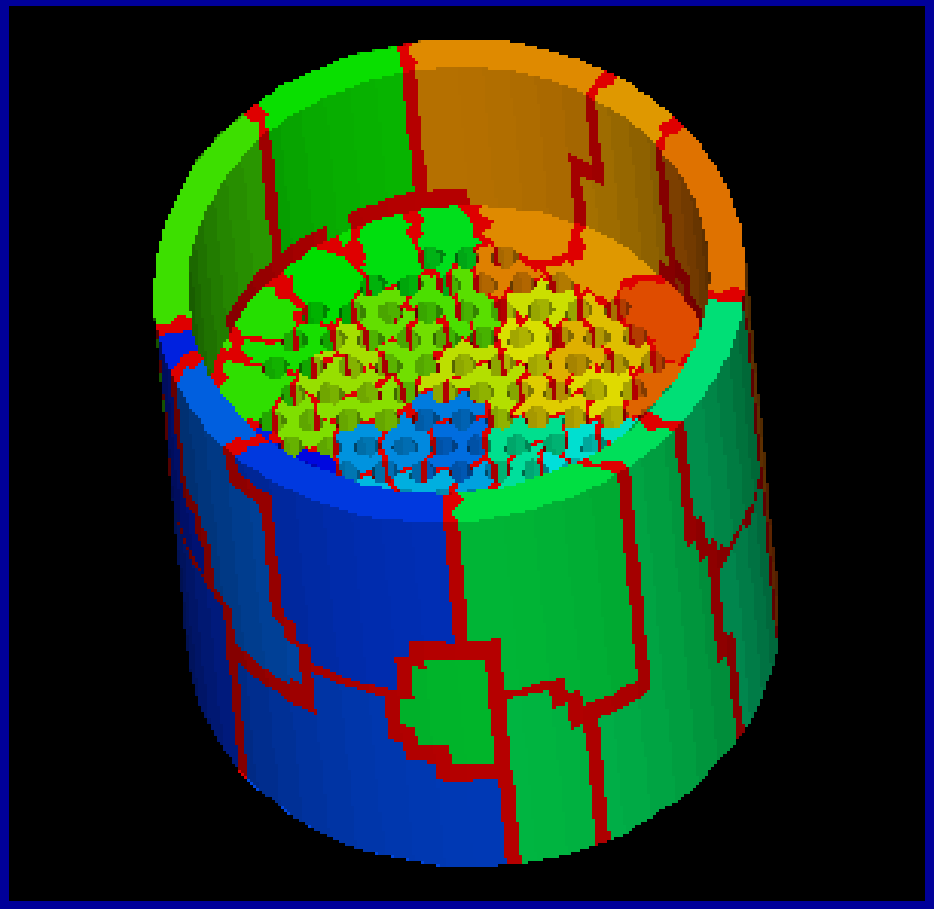
RCB

edgecut = 614

領域分割例：管板：64分割

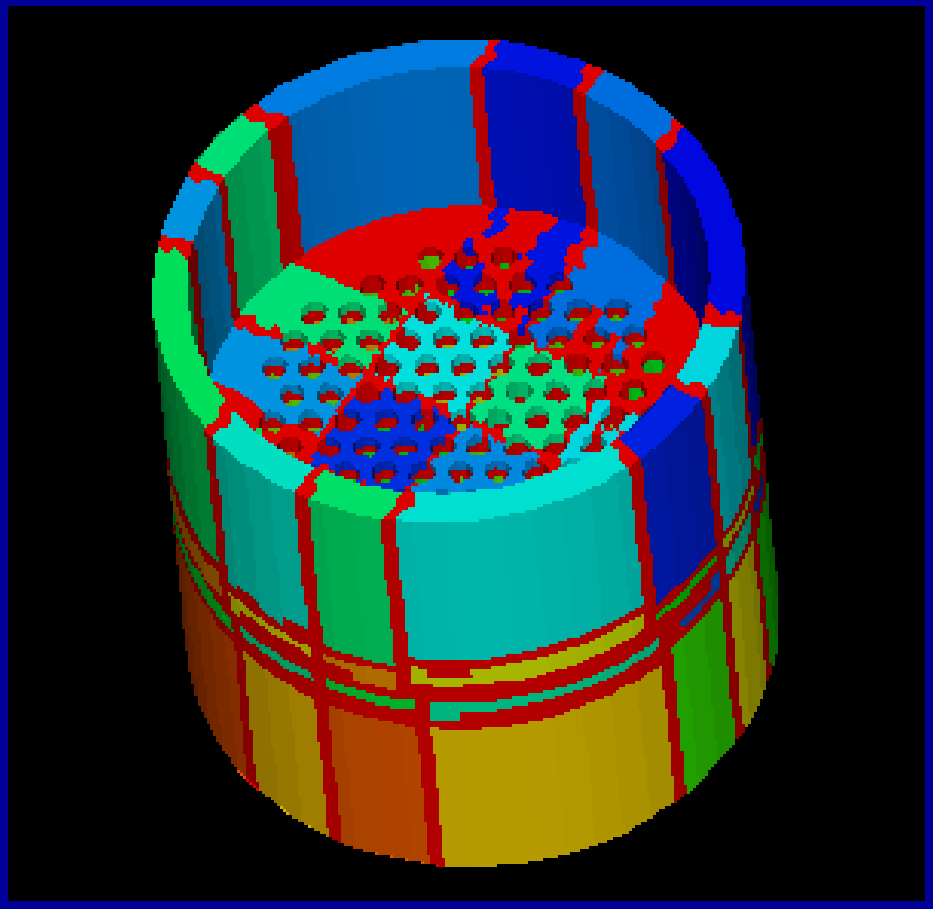
40,416要素，54,084節点

複雑形状ではMeTiSが良い：EdgeCut少ない



k-MeTiS

edgecut = 9,489



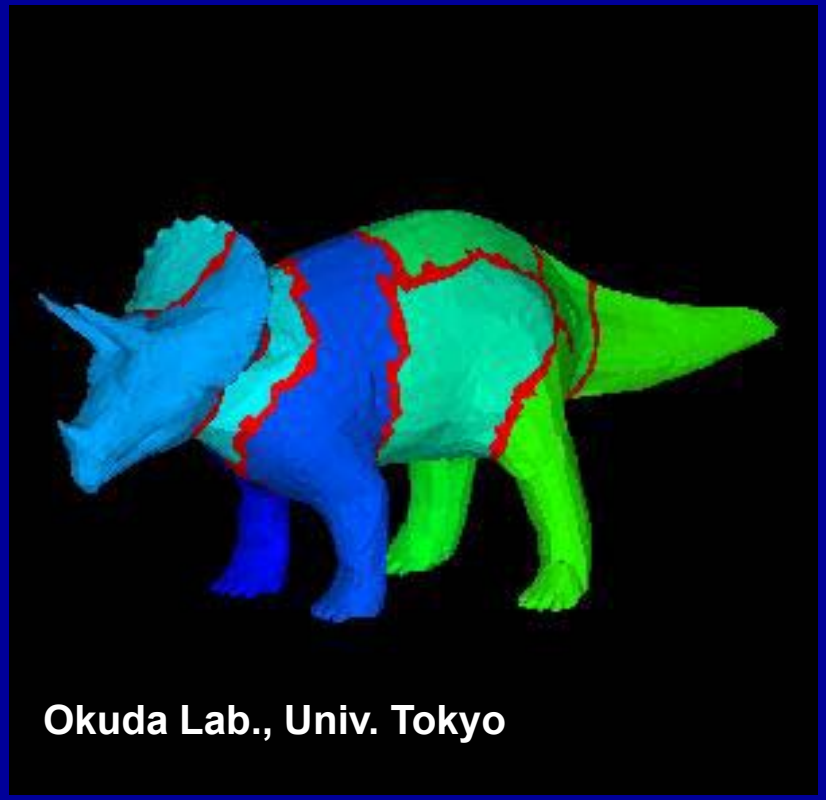
RCB

edgecut = 28,320

Strange Animal in 8 PEs

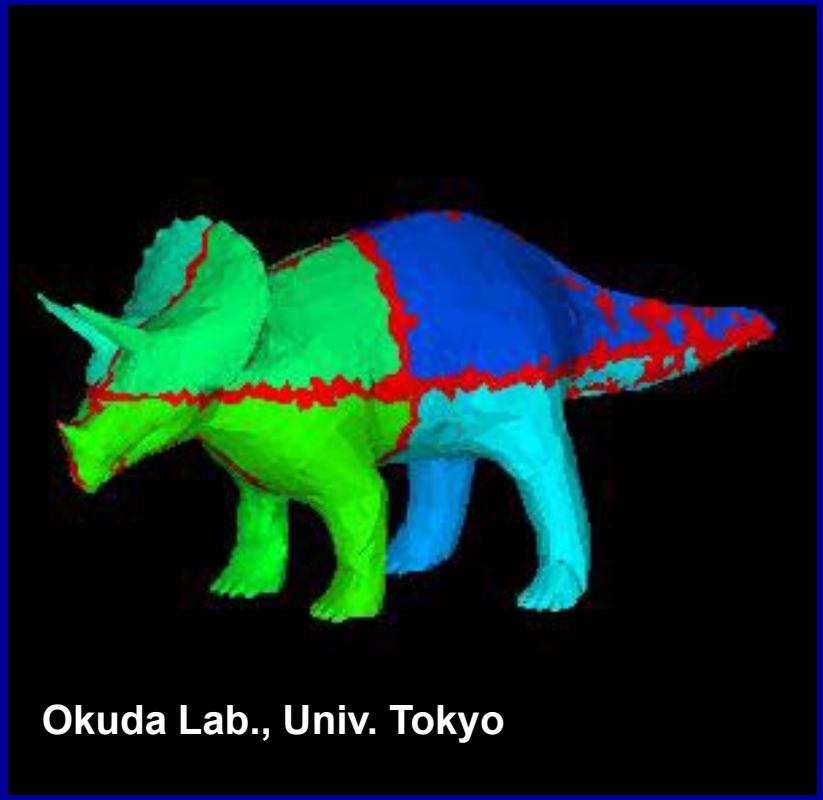
53,510 elements, 11,749 nodes.

METIS is better for complicated geometries.



k-METIS

edgecut = 4,573



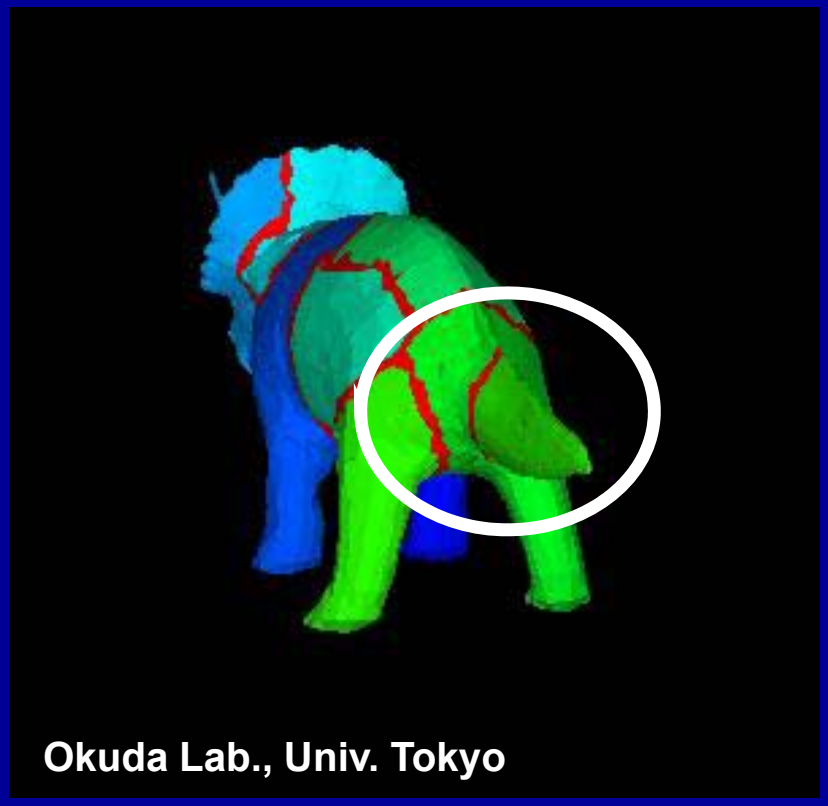
RCB

edgecut = 7,898

Strange Animal in 8 PEs

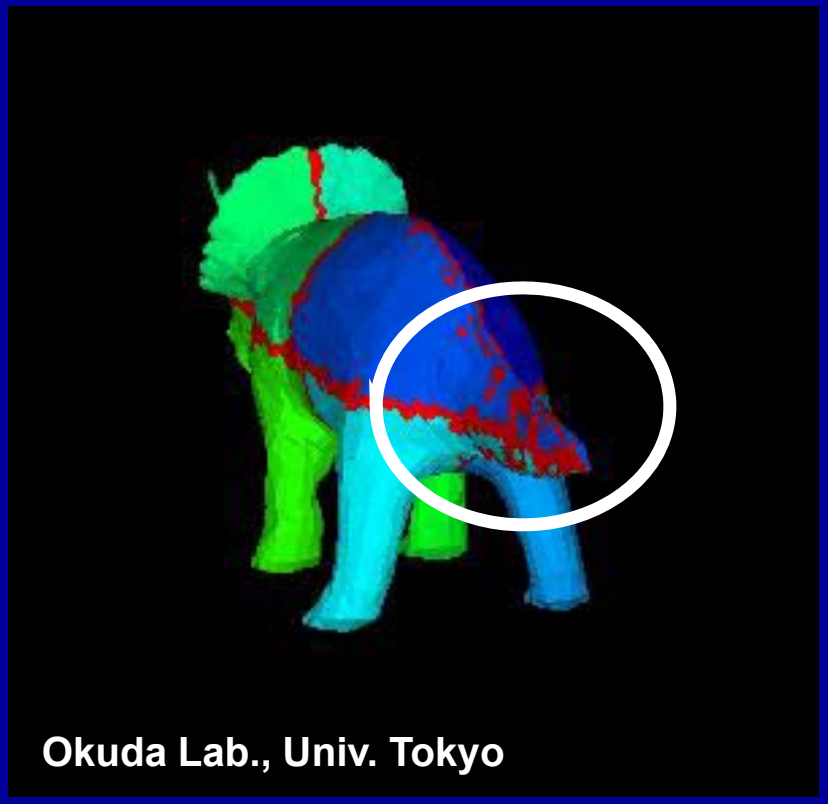
53,510 elements, 11,749 nodes.

METIS is better for complicated geometries.



k-METIS

edgecut = 4,573



RCB

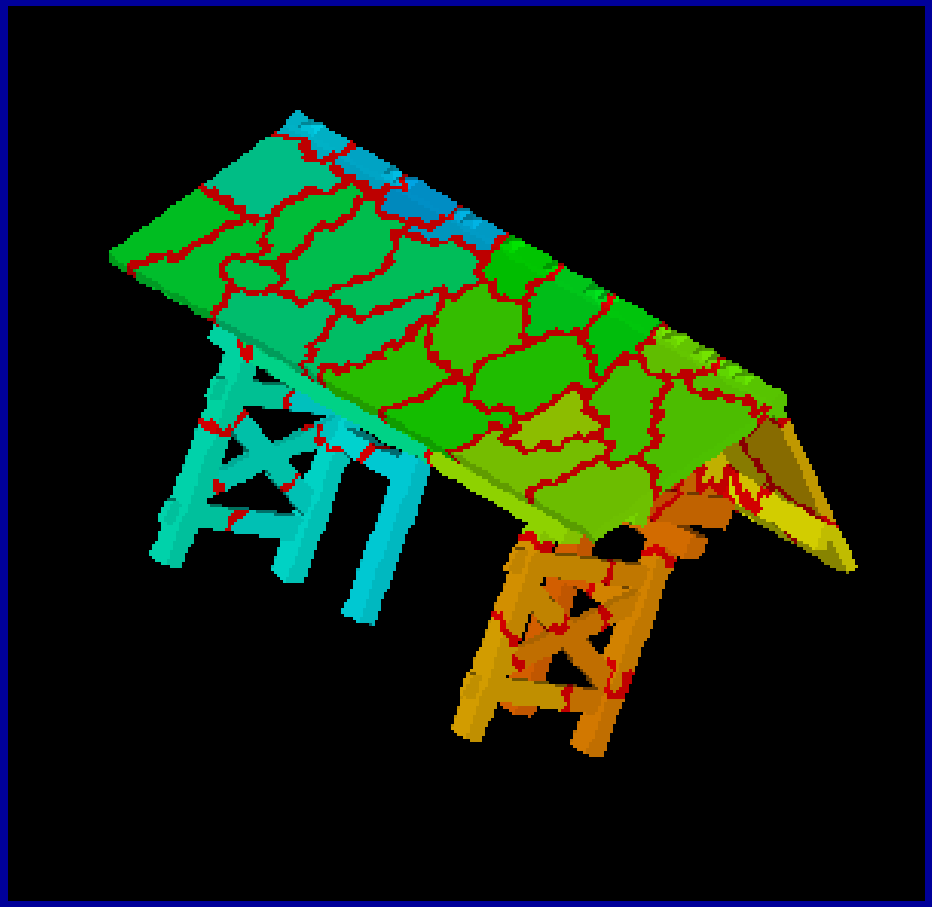
edgecut = 7,898

領域分割例：東大赤門：64分割

movie

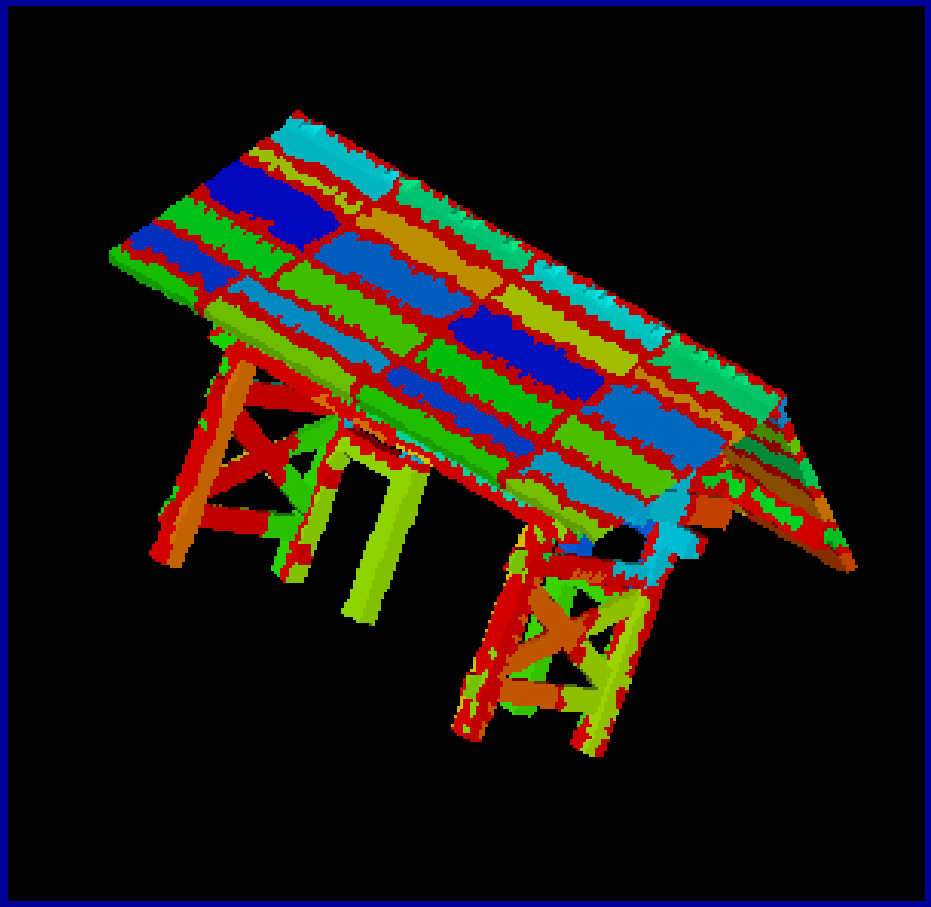
40,624要素，54,659節点

複雑形状ではMeTiSが良い：EdgeCut少ない



k-MeTiS

edgecut = 7,563

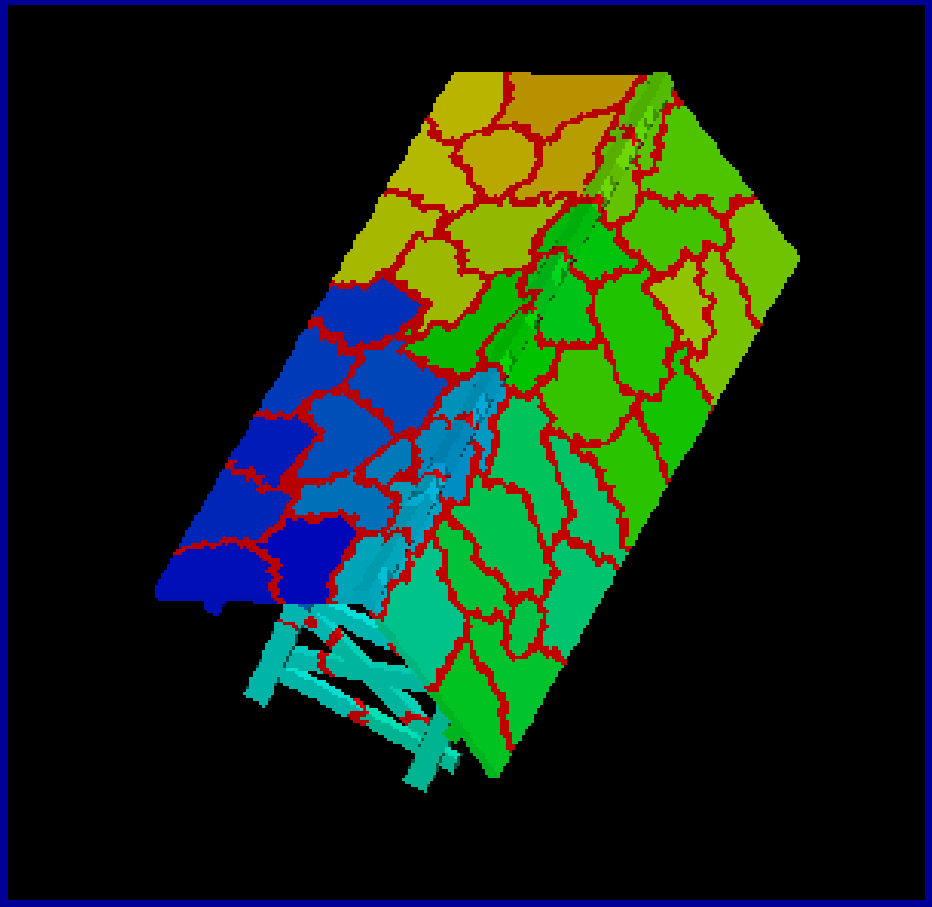


RCB

edgecut = 18,624

領域分割例：東大赤門：64分割

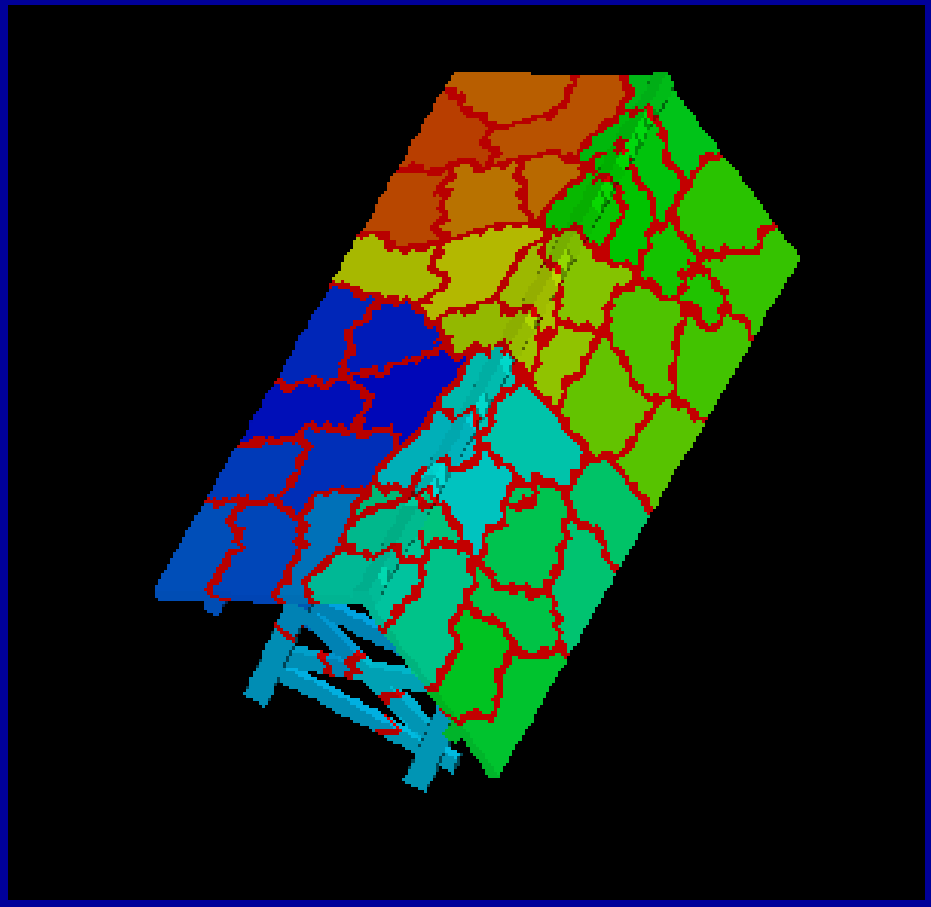
40,624要素，54,659節点



k-METIS

Load Balance= 1.03

edgecut = 7,563

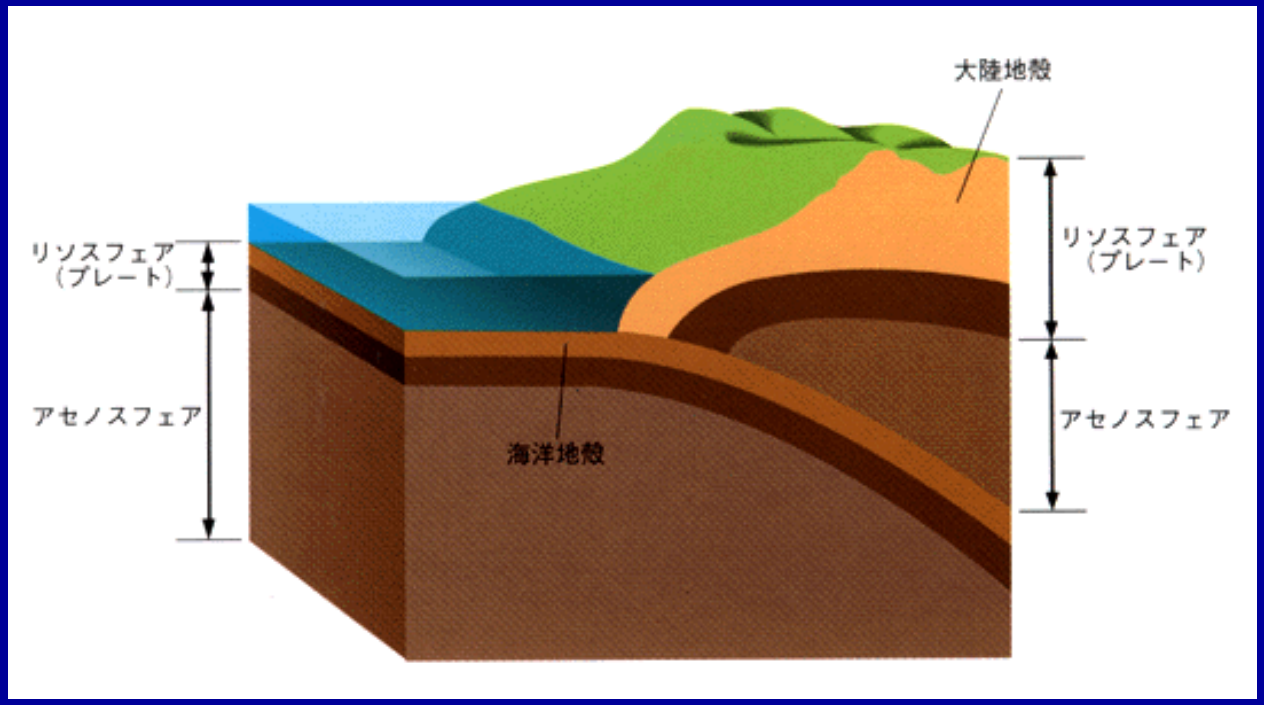


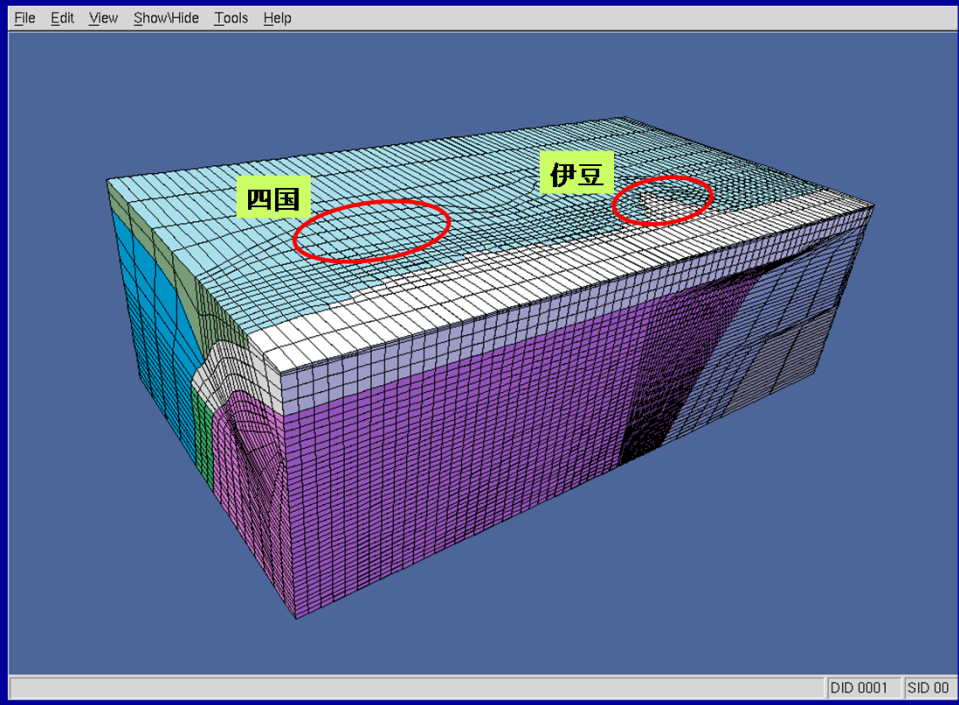
p-METIS

Load Balance= 1.00

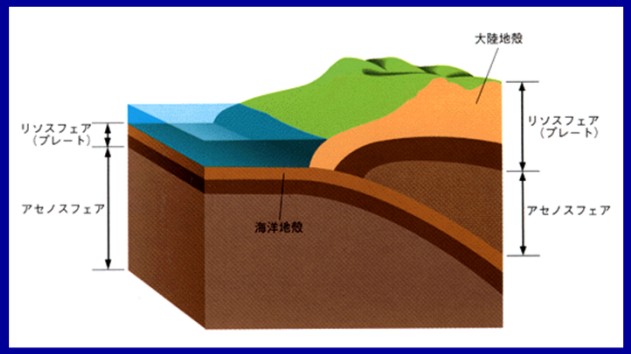
edgecut = 7,738

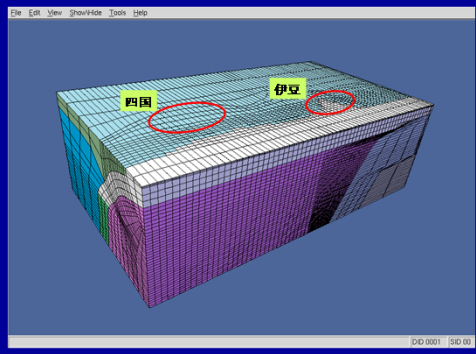
領域分割例：西南日本


大陸地殻
リソスフェア
（プレート）
アセノスフェア
海洋地殻
リソスフェア
（プレート）
アセノスフェア

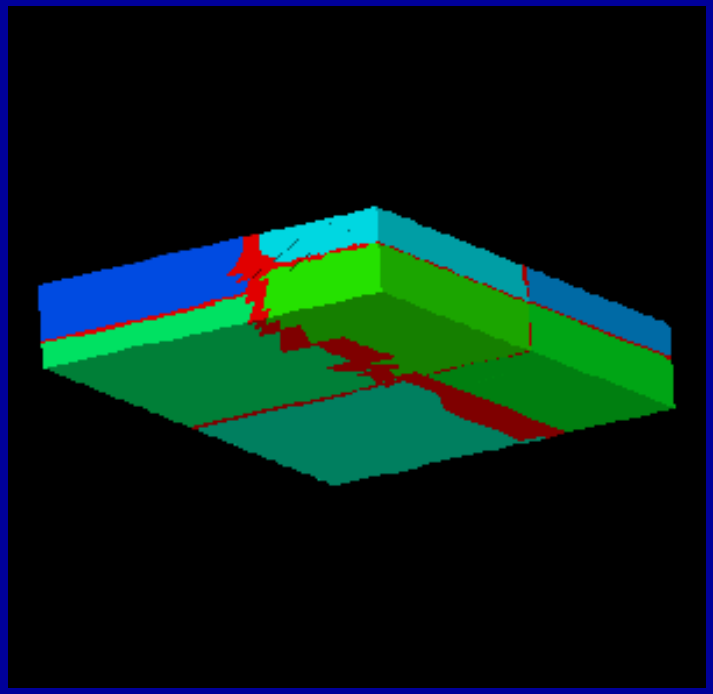

File Edit View Show\Hide Tools Help
四国
伊豆
DID 0001
SID 00

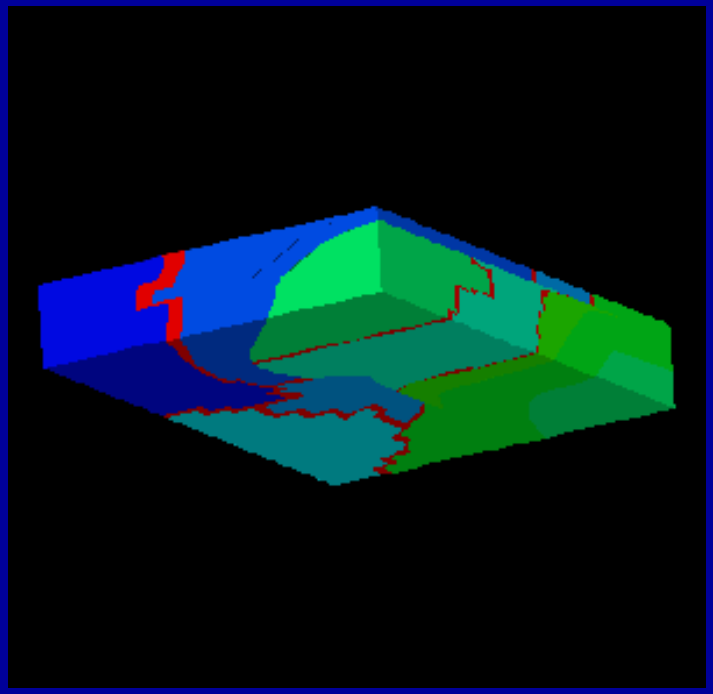
領域分割例：
西南日本：8分割
57,205要素，58,544節点

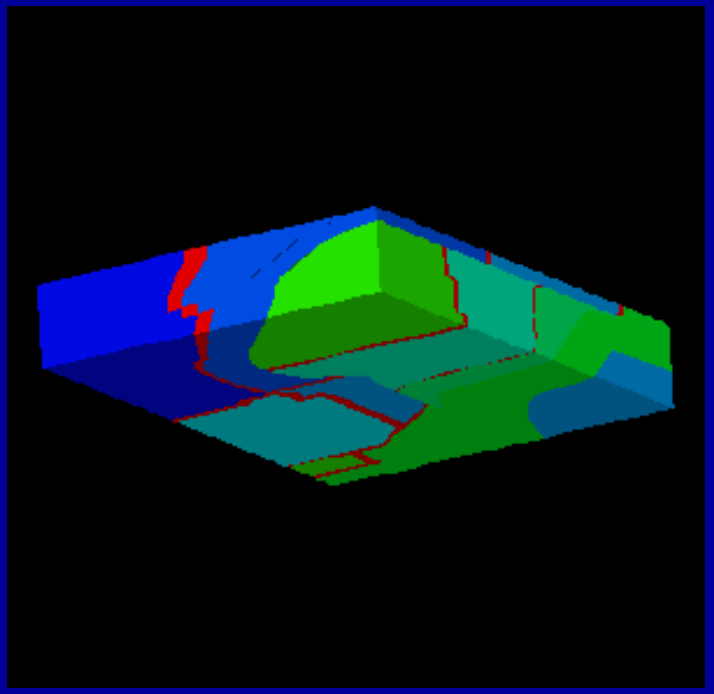




movie



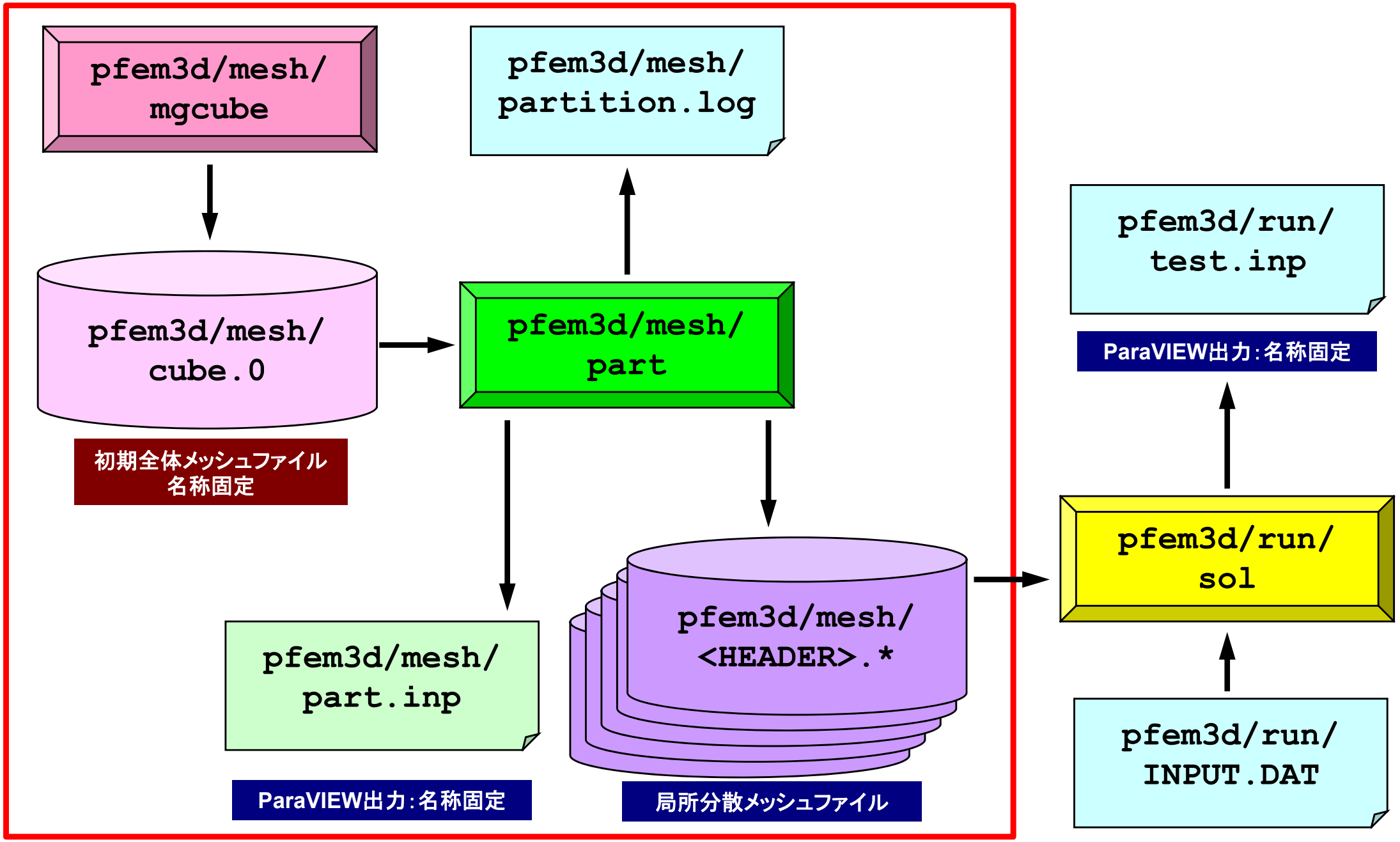




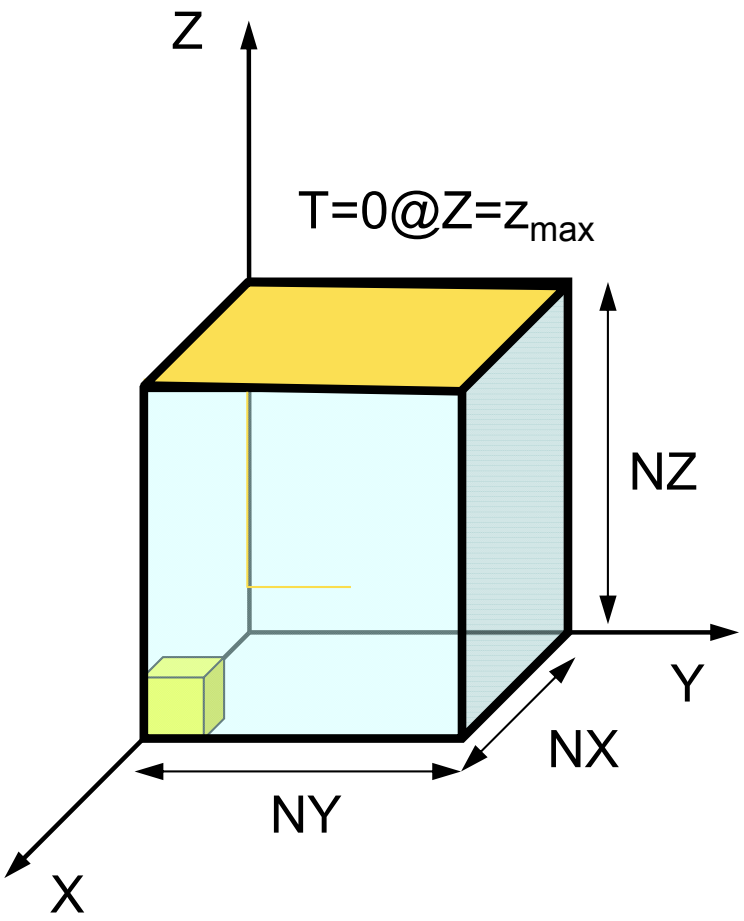
RCB e.c.=7433　　**k-METIS :4,221**　　**p-METIS :3,672**

- プログラムのインストール
- 実行
  - 並列有限要素法の手順
  - 領域分割とは?
  - 本当の実行
- データ構造

並列有限要素法の手順


pfem3d/mesh/
mgcube
pfem3d/mesh/
partition.log
pfem3d/run/
test.inp
pfem3d/mesh/
cube.0
pfem3d/mesh/
part
ParaVIEW出力:名称固定
初期全体メッシュファイル
名称固定
pfem3d/run/
sol
pfem3d/mesh/
part.inp
pfem3d/mesh/
<HEADER>.*
pfem3d/run/
INPUT.DAT
ParaVIEW出力:名称固定
局所分散メッシュファイル

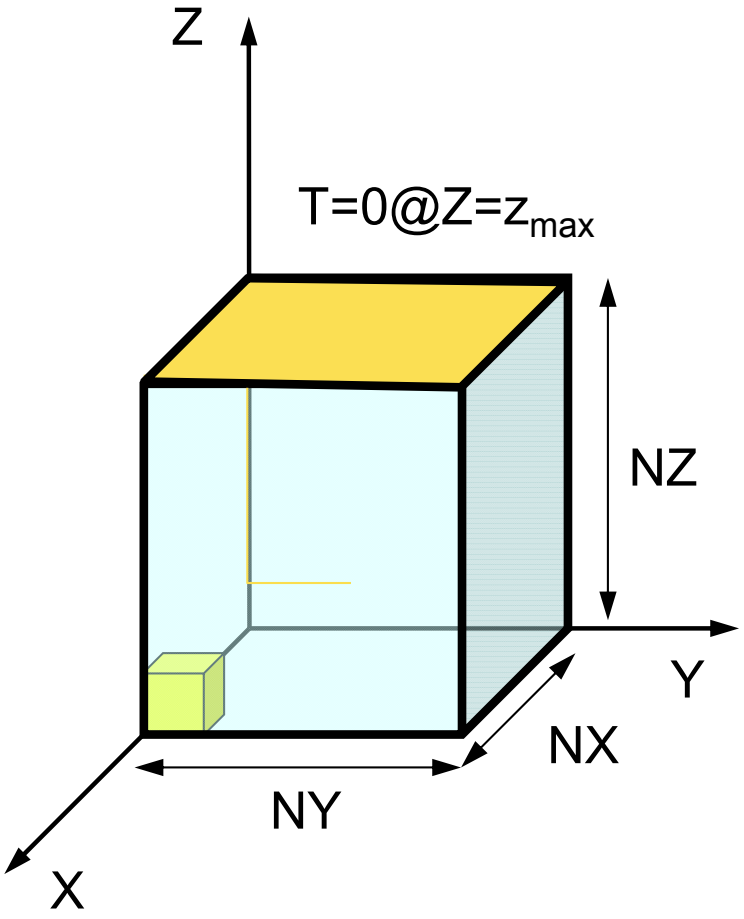
初期全体メッシュ生成




```
>$ cd ~/pFEM/pfem3d/mesh
>$ ./mgcube

   NX, NY, NZ          ← 各辺長さを訊いてくる

   20,20,20            ← このように入れてみる


>$ ls cube.0              生成を確認

    cube.0
```

とやりたいところだが，FX10上でこれはできない。

ということでバッチジョブでお願いします




```
>$ cd ~/pFEM/pfem3d/mesh
>$ pjsub mg.sh
...
>$ ls cube.0                    生成を確認
cube.0
```

mg.sh

```
#!/bin/sh
#PJM -L "node=1"
#PJM -L "elapse=00:10:00"
#PJM -L "rscgrp=school"
#PJM -j
#PJM -o "mg.lst"
#PJM --mpi "proc=1"

./mgcube < inp_mg
```

inp_mg

```
20  20  20
```

領域分割

- 初期全体メッシュファイル名（cube.0）
  - バイナリ出力です（on FX10）
- 分割方法（RCB，METIS）
- 分散メッシュファイルヘッダー
  - “work” という名前を使ってはいけない

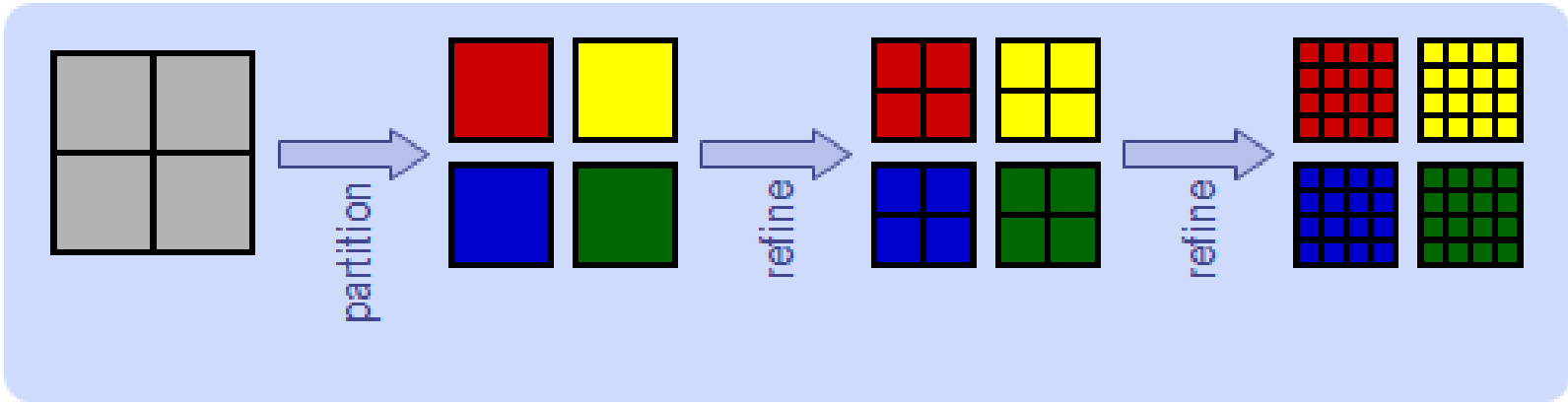
- RCB
  - 分割数，分割座標軸
- METIS（kmetis，pmetis）
  - 分割数

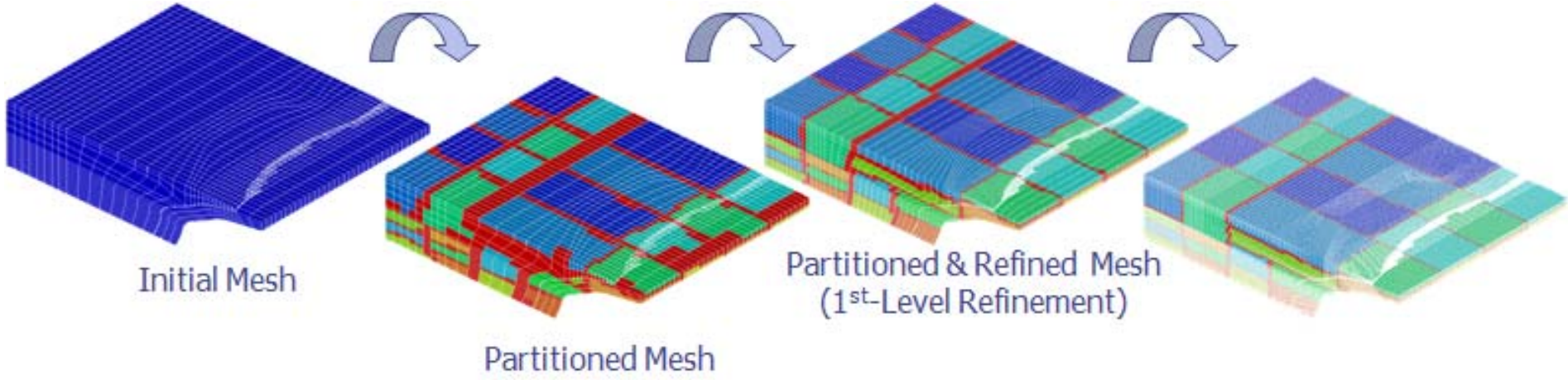
~/pFEM/pfem3d/part/Makefile

```
F77     = mpifrtpx
F90     = mpifrtpx
FLINKER   = $(F77)
F90LINKER = $(F90)
FLIB_PATH =
INC_DIR   =
OPTFLAGS = -Kfast
FFLAGS = $(OPTFLAGS)
FLIBS  = /home/S11502/nakajima/metis-4.0/libmetis.a


TARGET = ../mesh/part
default: $(TARGET)
OBJS =¥
geofem_util.o partitioner.o input_grid.o main.o calc_edgcut.o
cre_local_data.o define_file_name.o interface_nodes.o metis.o
neib_pe.o paraset.o proc_local.o local_data.o double_numbering.o
output_ucd.o util.o

$(TARGET):  $(OBJS)
        $(F90LINKER) $(OPTFLAGS) -o $(TARGET) $(OBJS) $(FLIBS)
clean:
        /bin/rm -f *.o $(TARGET) *~ *.mod
.f.o:
        $(F90) $(FFLAGS) $(INC_DIR) -c  $*.f
.SUFFIXES: .f
```

実際の大規模計算

- そもそも「初期全体メッシュ」を単一ファイルとして用意できない場合もある。
- 「粗い」初期メッシュ→分割→整合性をとりながら局所的に細分化，という方式が適用されることが多い





```
>$ cd ~/pFEM/pfem3d/mesh
>$ ./part

Original GRID-FILE ?
cube.0
 * INODTOT =    9261
 * GRID
 * IELMTOT =    8000
 * ELM
 * BOUNDARY : NODE group
Xmin
Ymin
Zmin
Zmax
 * IEDGTOT =   26460   37044


# select PARTITIONING METHOD
  RCB                  (1)
  K-METIS              (2)
  P-METIS              (3)

 Please TYPE 1 or 3 or 4 !!

>>>
1

*** RECURSIVE COORDINATE BISECTION (RCB)
 How many partitions (2**n)?

>>>
3


***   8 REGIONS
```

```
# HEADER of the OUTPUT file ?
  HEADER should not be <work>

>>>
aaa

#####  1-th BiSECTION #####

 in which direction ? X:1, Y:2, Z:3

>>>
1
 X-direction

#####  2-th BiSECTION #####

 in which direction ? X:1, Y:2, Z:3

>>>
2
 Y-direction

#####  3-th BiSECTION #####

 in which direction ? X:1, Y:2, Z:3

>>>
3
 Z-direction

RECURSIVE COORDINATE BISECTION

*** GRID  file

    8 PEs

TOTAL EDGE     #      26460
TOTAL EDGE CUT #       1593

TOTAL NODE     #       9261
TOTAL CELL     #       8000
```

```
PE     NODE#    CELL#
  0     1158     1223
  1     1158     1188
  2     1158     1222
  3     1158     1176
  4     1158     1188
  5     1157     1179
  6     1157     1188
  7     1157     1175

MAX.node/PE              1158
MIN.node/PE              1157
MAX.cell/PE              1223
MIN.cell/PE              1175

OVERLAPPED ELEMENTS      1373

 PE/NEIB-PE#     NEIB-PEs
  0   7          7   6   4   5   2   1   3
  1   7          7   5   6   0   2   4   3
  2   7          7   6   0   5   1   4   3
  3   6          7   2   6   1   5   0
  4   6          6   7   5   0   2   1
  5   7          7   6   4   0   1   2   3
  6   7          7   5   4   0   2   1   3
  7   7          6   5   4   0   2   1   3

PE:     0       1626        1158         468         435
PE:     1       1589        1158         431         411
PE:     2       1620        1158         462         490
PE:     3       1560        1158         402         409
PE:     4       1574        1158         416         421
PE:     5       1565        1157         408         397
PE:     6       1580        1157         423         414
PE:     7       1564        1157         407         440

          （内点＋外点）数    内点数       外点数      境界点数

KCHF091R STOP    * normal termination
```

```
>$ ls -l aaa.*

-rw-r--r-- 1 t18013 t18 268829 Jan 12 14:57 aaa.0
-rw-r--r-- 1 t18013 t18 261490 Jan 12 14:57 aaa.1
-rw-r--r-- 1 t18013 t18 268086 Jan 12 14:57 aaa.2
-rw-r--r-- 1 t18013 t18 257631 Jan 12 14:57 aaa.3
-rw-r--r-- 1 t18013 t18 258719 Jan 12 14:57 aaa.4
-rw-r--r-- 1 t18013 t18 256853 Jan 12 14:57 aaa.5
-rw-r--r-- 1 t18013 t18 259093 Jan 12 14:57 aaa.6
-rw-r--r-- 1 t18013 t18 257161 Jan 12 14:57 aaa.7
```

- 局所分散メッシュファイル
  - <HEADER>.<領域番号>
  - 領域番号は「0」から（MPIの都合）

とやりたいところだが，FX10上でこれはできない。ということで再びバッチジョブでお願いいたします。

RCB: part_rcb.sh inp_rcb

part_rcb.sh

```
#!/bin/sh
#PJM -L "node=1"
#PJM -L "elapse=00:10:00"
#PJM -L "rscgrp=school"
#PJM -j
#PJM -o "rcb.lst"
#PJM --mpi "proc=1"

./part < inp_rcb

rm work.*
```

inp_rcb

```
cube.0      初期全体メッシュファイル
1           1:RCB，2:KMETIS，3:PMETIS
3           m：2^m個の領域に分割
aaa         局所分散メッシュファイルヘッダ
1           分割軸（X:1，Y:2，Z:3）
2
3
```

inp_rcb：1分割にしたい時

```
cube.0      初期全体メッシュファイル
1           1:RCB，2:KMETIS，3:PMETIS
0           m：2^m個の領域に分割
aaa         局所分散メッシュファイルヘッダ
```

kmetis: part_kmetis.sh inp_kmetis Edge-Cut最小

part_kmetis.sh

```
#!/bin/sh
#PJM -L "node=1"
#PJM -L "elapse=00:10:00"
#PJM -L "rscgrp=school"
#PJM -j
#PJM -o "kmetis.lst"
#PJM --mpi "proc=1"

./part < inp_kmetis

rm work.*
```

inp_kmetis

```
cube.0      初期全体メッシュファイル
2           1:RCB，2:KMETIS，3:PMETIS
8           領域数
aaa         局所分散メッシュファイルヘッダ
```

pmetis: part_pmetis.sh inp_pmetis ロードバランス

part_pmetis.sh

```
#!/bin/sh
#PJM -L "node=1"
#PJM -L "elapse=00:10:00"
#PJM -L "rscgrp=school"
#PJM -j
#PJM -o "pmetis.lst"
#PJM --mpi "proc=1"

./part < inp_pmetis

rm work.*
```

inp_pmetis

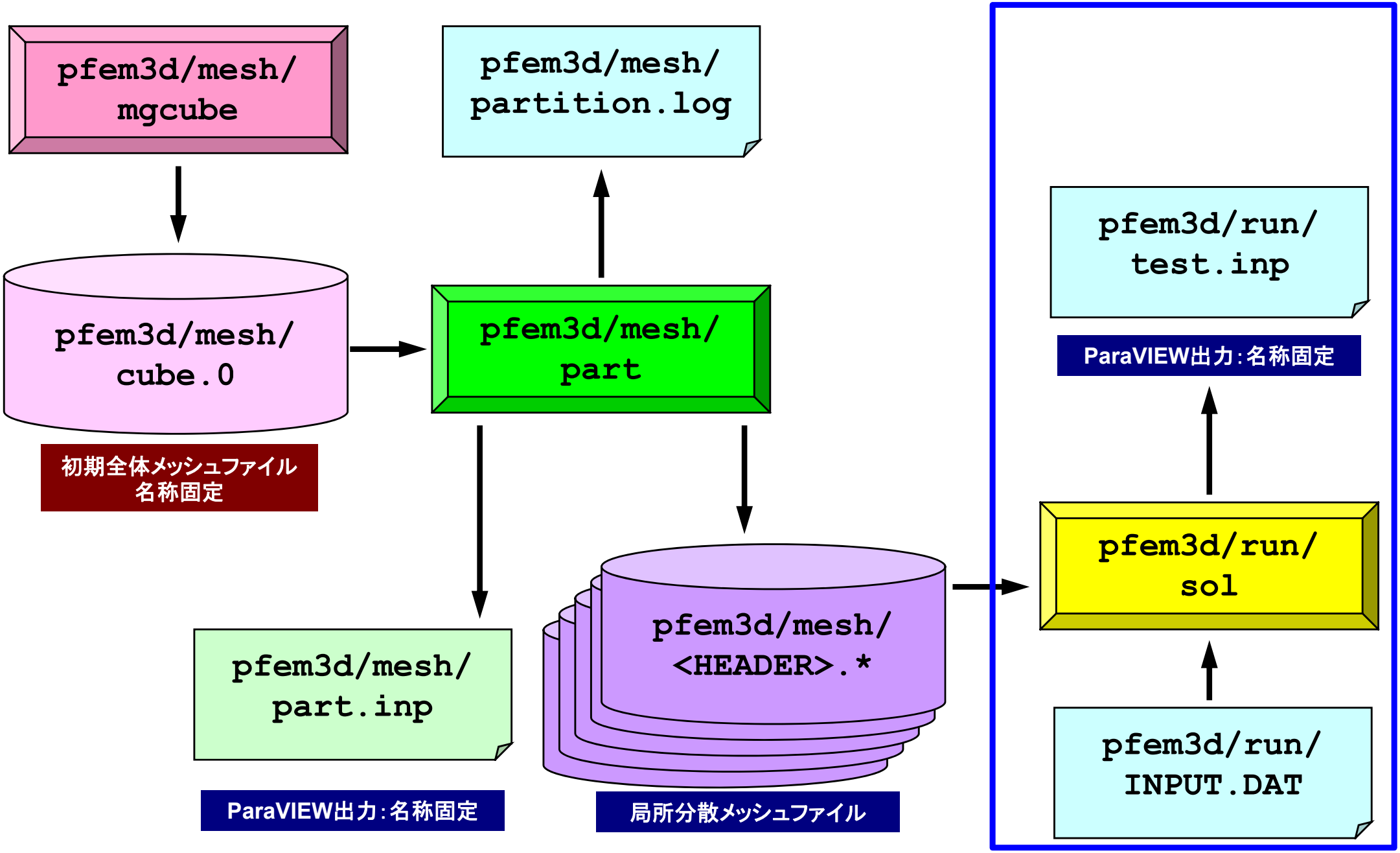
```
cube.0      初期全体メッシュファイル
3           1:RCB，2:KMETIS，3:PMETIS
8           領域数
aaa         局所分散メッシュファイルヘッダ
```

partition.log

```
RECURSIVE COORDINATE BISECTION

*** GRID  file

    8 PEs

TOTAL EDGE     #      26460
TOTAL EDGE CUT #       1593

TOTAL NODE     #       9261
TOTAL CELL     #       8000

 PE    NODE#   CELL#
  0    1158    1223
  1    1158    1188
  2    1158    1222
  3    1158    1176
  4    1158    1188
  5    1157    1179
  6    1157    1188
  7    1157    1175

MAX.node/PE            1158
MIN.node/PE            1157
MAX.cell/PE            1223
MIN.cell/PE            1175

OVERLAPPED ELEMENTS    1373

 PE/NEIB-PE#    NEIB-PEs
  0   7        7   6   4   5   2   1   3
  1   7        7   5   6   0   2   4   3
  2   7        7   6   0   5   1   4   3
  3   6        7   2   6   1   5   0
  4   6        6   7   5   0   2   1
  5   7        7   6   4   0   1   2   3
  6   7        7   5   4   0   2   1   3
  7   7        6   5   4   0   2   1   3
```

NX=NY=NZ=9，RCB：2^3領域

並列有限要素法の手順


pfem3d/mesh/
mgcube
pfem3d/mesh/
partition.log
pfem3d/mesh/
cube.0
pfem3d/mesh/
part
初期全体メッシュファイル
名称固定
pfem3d/run/
test.inp
ParaVIEW出力:名称固定
pfem3d/run/
sol
pfem3d/run/
INPUT.DAT
pfem3d/mesh/
part.inp
ParaVIEW出力:名称固定
pfem3d/mesh/
<HEADER>.*
局所分散メッシュファイル

制御ファイル：INPUT.DAT

```
INPUT.DAT

../mesh/aaa   HEADER
2000          ITER
1.0 1.0       COND, QVOL
1.0e-08       RESID
```

- HEADER：　局所分散メッシュファイルのヘッダー
- ITER：　反復回数上限
- COND：　熱伝導率
- QVOL：　体積当たり発熱量係数
- RESID：　反復法の収束判定値

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial z}\right)+\dot{Q}(x,y,z)=0$$

$$\dot{Q}(x,y,z)=QVOL\left|x_C+y_C\right|$$

ジョブスクリプト go.sh

```
#!/bin/sh
#PJM -L "node=1"                ノード数（≦12）
#PJM -L "elapse=00:10:00"       実行時間（≦15分）
#PJM -L "rscgrp=school"         実行キュー名
#PJM -
#PJM -o "test.lst"              標準出力
#PJM --mpi "proc=8"MPI          プロセス数（≦192）

mpiexec ./sol
```

8プロセス	16プロセス	32プロセス	64プロセス	192プロセス
"node=1"	"node=1"	"node=2"	"node=4"	"node=12"
"proc=8"	"proc=16"	"proc=32"	"proc=64"	"proc=192"

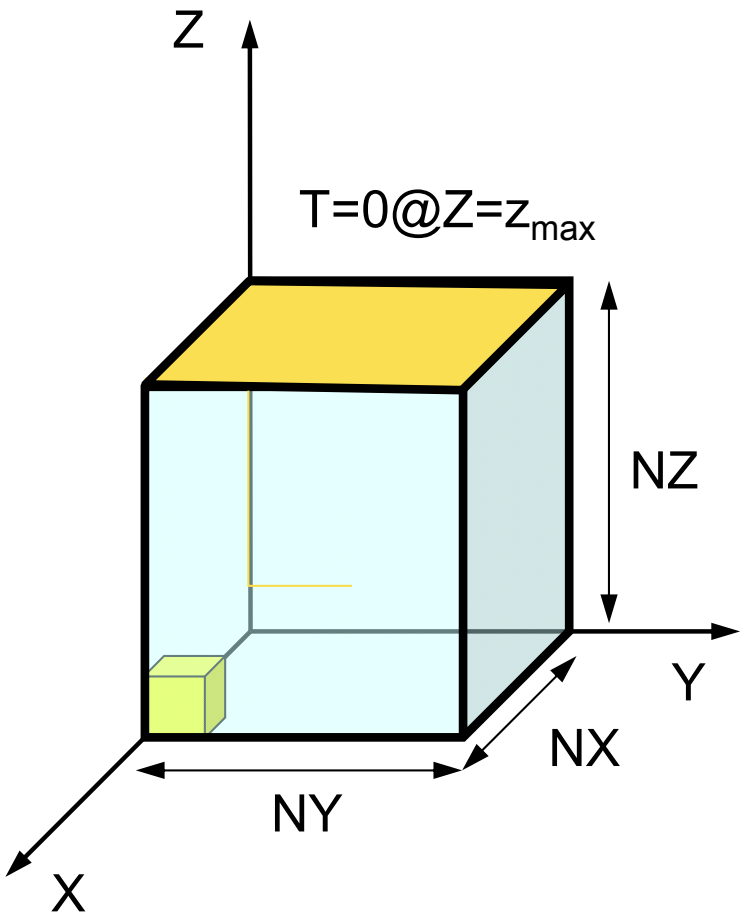
- プログラムのインストール
- 実行
  - 並列有限要素法の手順
  - 領域分割とは?
  - 本当の実行
- データ構造

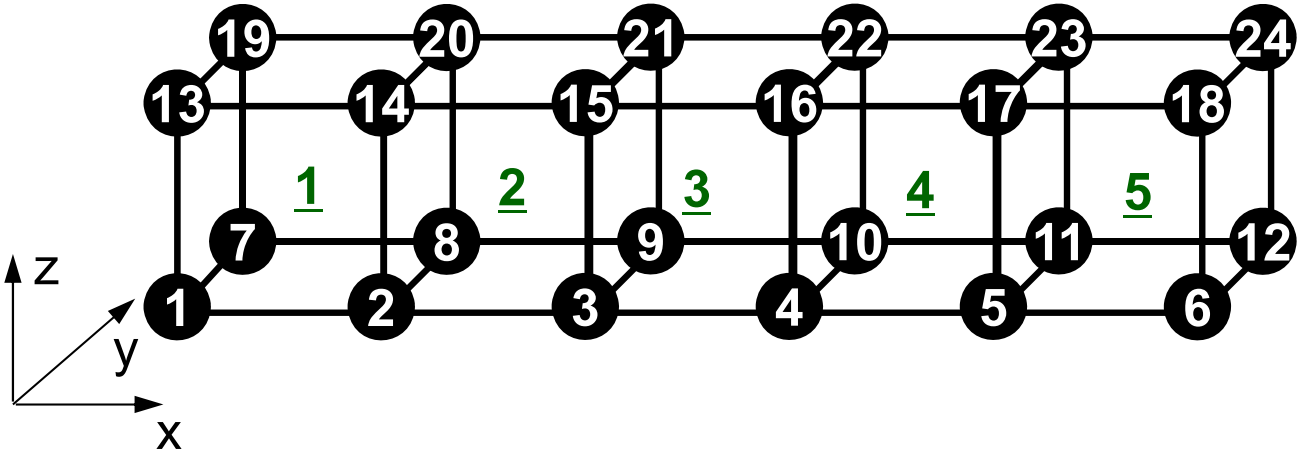
その前に・・・

- FX10の整数演算機能は実数演算機能と比較して低い
  - Intel Xeonと比べてもかなり見劣りがする
- 領域分割のような整数演算を含む処理は時間がかかる。
- 特に現行領域分割機能はシリアル処理：以下のような場合には時間がかかる
  - 問題規模が大きい
  - 分割数が多い
- そのかわりに並列メッシュ生成プログラムを使う

分散メッシュデータ生成

```
>$ cd ~/pFEM/pfem3d/pmesh
>$ mpifrtpx -Kfast pmesh.f -o pmesh

>$ <modify "mg.sh", "mesh.inp">
>$ pjsub mg.sh
```

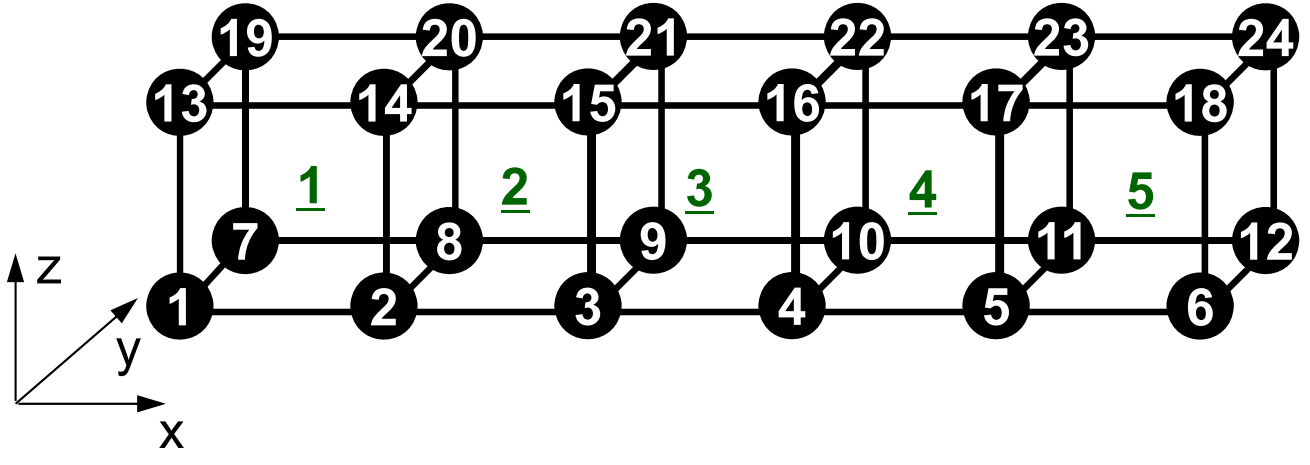




“mesh.inp”：並列メッシュ生成

（値）	（変数名）	（変数内容）
6　2　2	npx,npy,npz	X，Y，Z軸方向の総節点数 前頁のNx，Ny，Nz
2　1　1	ndx,ndy,ndz	X，Y，Z軸方向の分割数
pcube	HEADER	分散メッシュファイルのヘッダ名

- npx,npy,npzはndx,ndy,ndzで割り切れる必要あり
- ndx×ndy×ndzが総MPIプロセス数
  - 上記の場合は6x2x2節点，5x1x1要素，X方向2分割



バッチ処理スクリプト

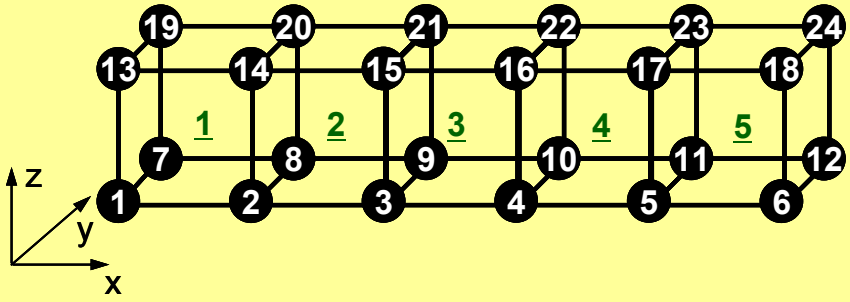
“proc”数は（ndx×ndy×ndz）と一致している必要がある：
各プロセスで1メッシュ生成

mg.sh

```
#!/bin/sh
#PJM -L "node=1"
#PJM -L "elapse=00:05:00"
#PJM -L "rscgrp=school"
#PJM -j
#PJM -o "mg.lst"
#PJM --mpi "proc=2"

mpiexec ./pmesh
rm wk.*
```

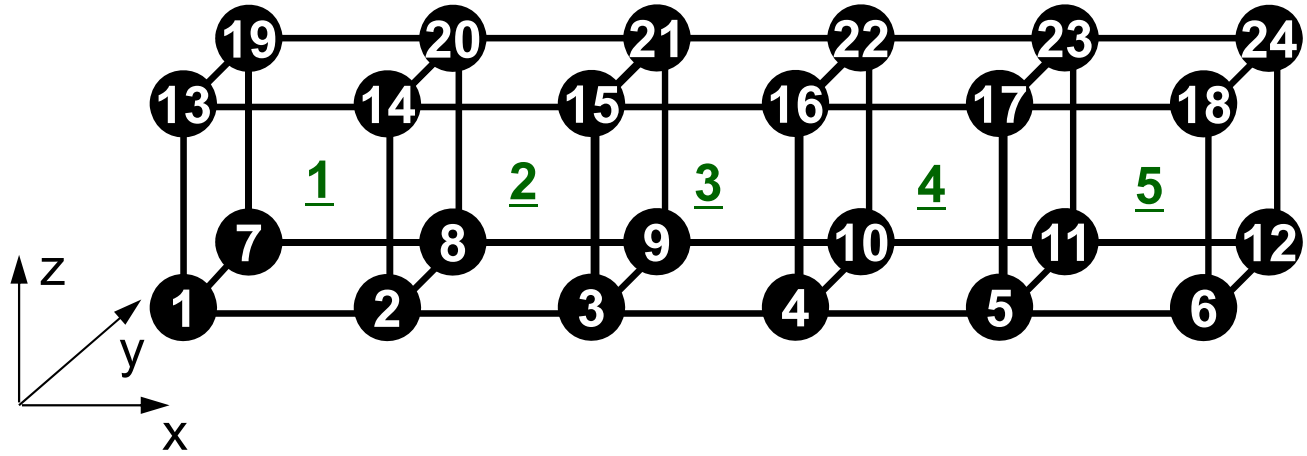
初期全体メッシュ（1CPU）（1/2）

```
 24
  1    0.000000E+00    0.000000E+00    0.000000E+00
  2    1.000000E+00    0.000000E+00    0.000000E+00
  3    2.000000E+00    0.000000E+00    0.000000E+00
  4    3.000000E+00    0.000000E+00    0.000000E+00
  5    4.000000E+00    0.000000E+00    0.000000E+00
  6    5.000000E+00    0.000000E+00    0.000000E+00
  7    0.000000E+00    1.000000E+00    0.000000E+00
  8    1.000000E+00    1.000000E+00    0.000000E+00
  9    2.000000E+00    1.000000E+00    0.000000E+00
 10    3.000000E+00    1.000000E+00    0.000000E+00
 11    4.000000E+00    1.000000E+00    0.000000E+00
 12    5.000000E+00    1.000000E+00    0.000000E+00
 13    0.000000E+00    0.000000E+00    1.000000E+00
 14    1.000000E+00    0.000000E+00    1.000000E+00
 15    2.000000E+00    0.000000E+00    1.000000E+00
 16    3.000000E+00    0.000000E+00    1.000000E+00
 17    4.000000E+00    0.000000E+00    1.000000E+00
 18    5.000000E+00    0.000000E+00    1.000000E+00
 19    0.000000E+00    1.000000E+00    1.000000E+00
 20    1.000000E+00    1.000000E+00    1.000000E+00
 21    2.000000E+00    1.000000E+00    1.000000E+00
 22    3.000000E+00    1.000000E+00    1.000000E+00
 23    4.000000E+00    1.000000E+00    1.000000E+00
 24    5.000000E+00    1.000000E+00    1.000000E+00
  5
361       361       361       361       361
  1         1         1         2         8         7        13        14        20        19
  2         1         2         3         9         8        14        15        21        20
  3         1         3         4        10         9        15        16        22        21
  4         1         4         5        11        10        16        17        23        22
  5         1         5         6        12        11        17        18        24        23
```

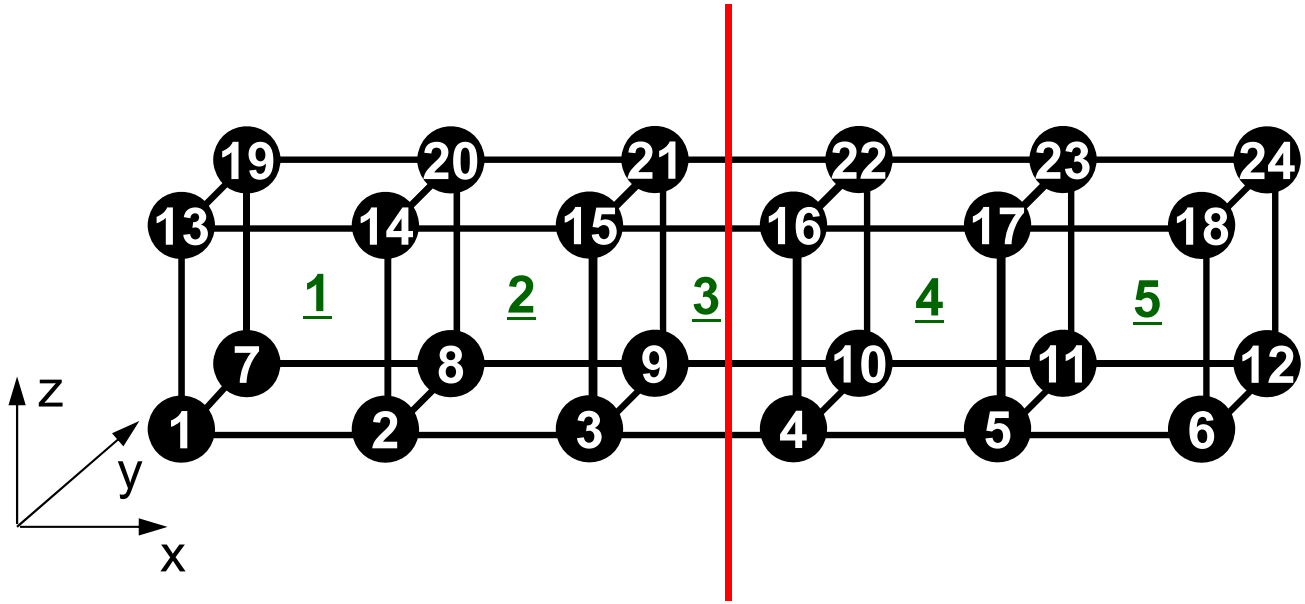


初期全体メッシュ（1CPU）（2/2）

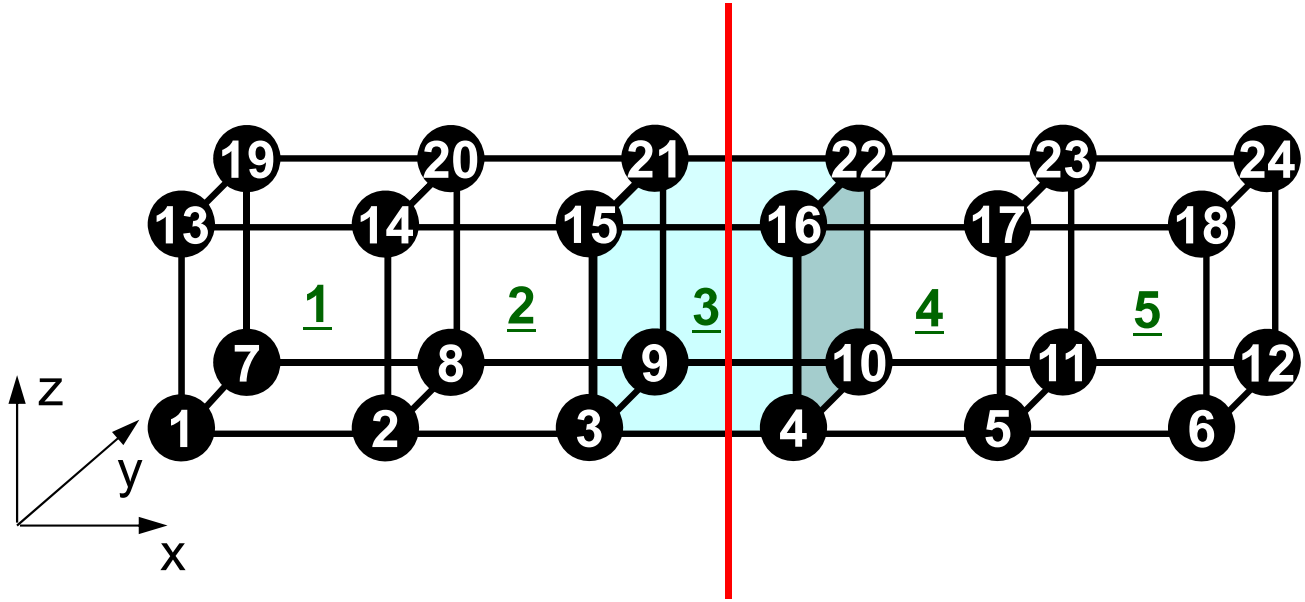
```
        4
        4        16        28        40
Xmin
        1         7        13        19
Ymin
        1         2         3         4         5         6        13        14        15        16
       17        18
Zmin
        1         2         3         4         5         6         7         8         9        10
       11        12
Zmax
       13        14        15        16        17        18        19        20        21        22
       23        24
```

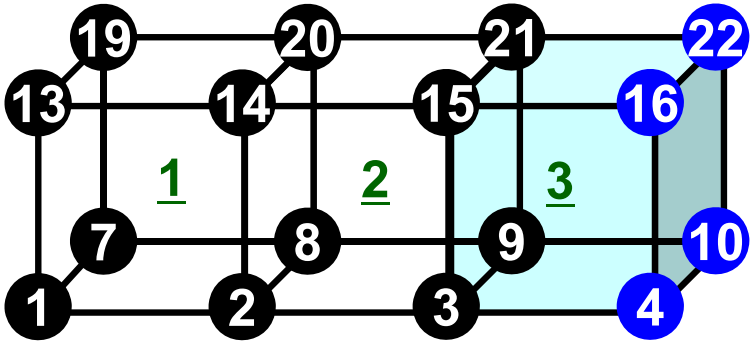


領域分割：X軸方向に2分割

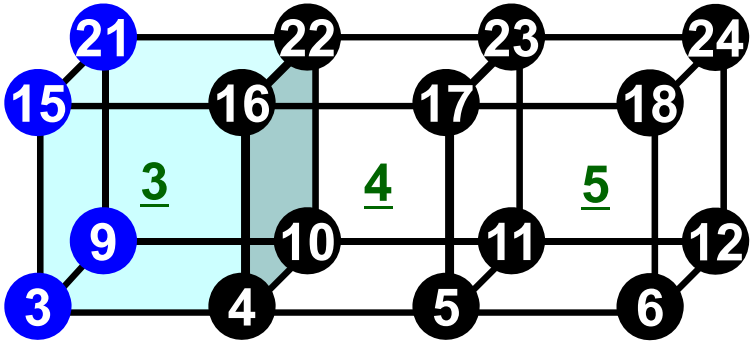


領域分割：X軸方向に2分割



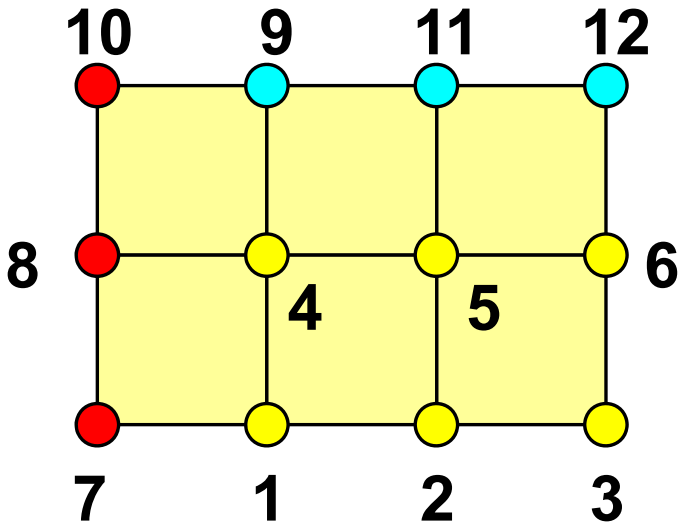


pcube.0



pcube.1

各領域データ(局所データ)仕様

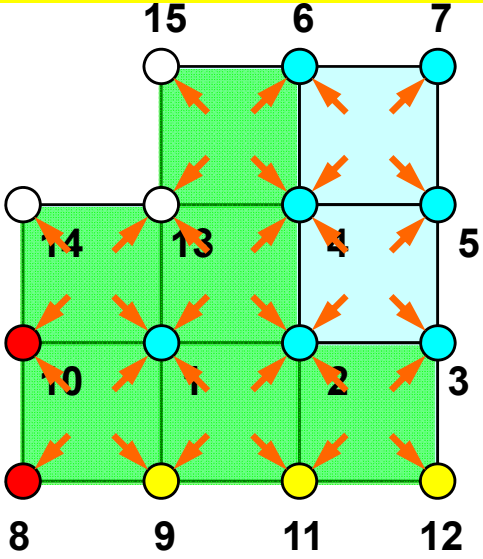


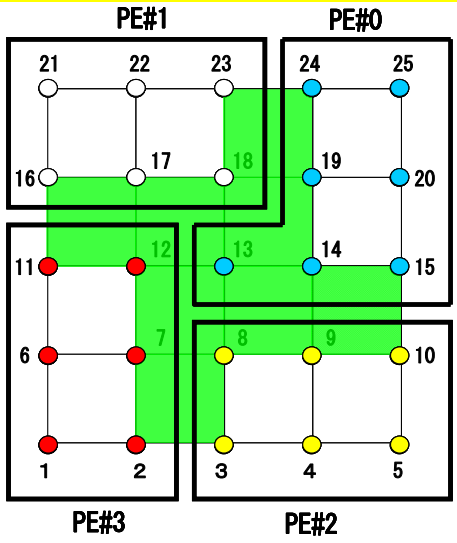
- 内点，外点(internal/external nodes)
  - 内点～外点となるように局所番号をつける
- 隣接領域情報
  - オーバーラップ要素を共有する領域
  - 隣接領域数，番号
- 外点情報
  - どの領域から，何個の，どの外点の情報を「受信:import」するか
- 境界点情報
  - 何個の，どの境界点の情報を，どの領域に「送信:export」するか

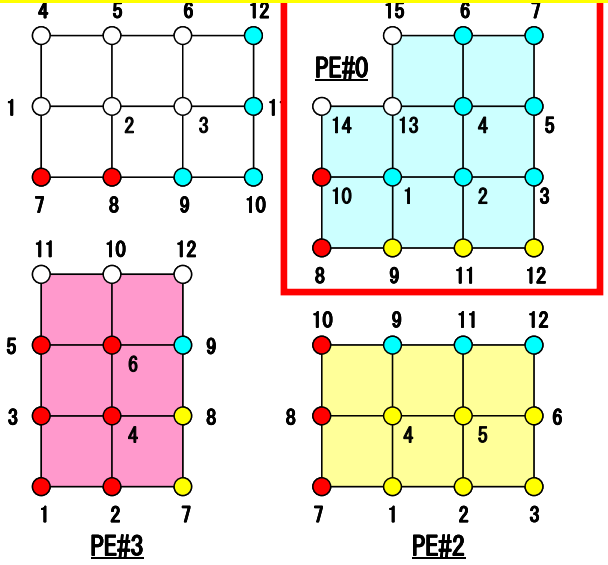
Node-based Partitioning

internal nodes - elements - external nodes

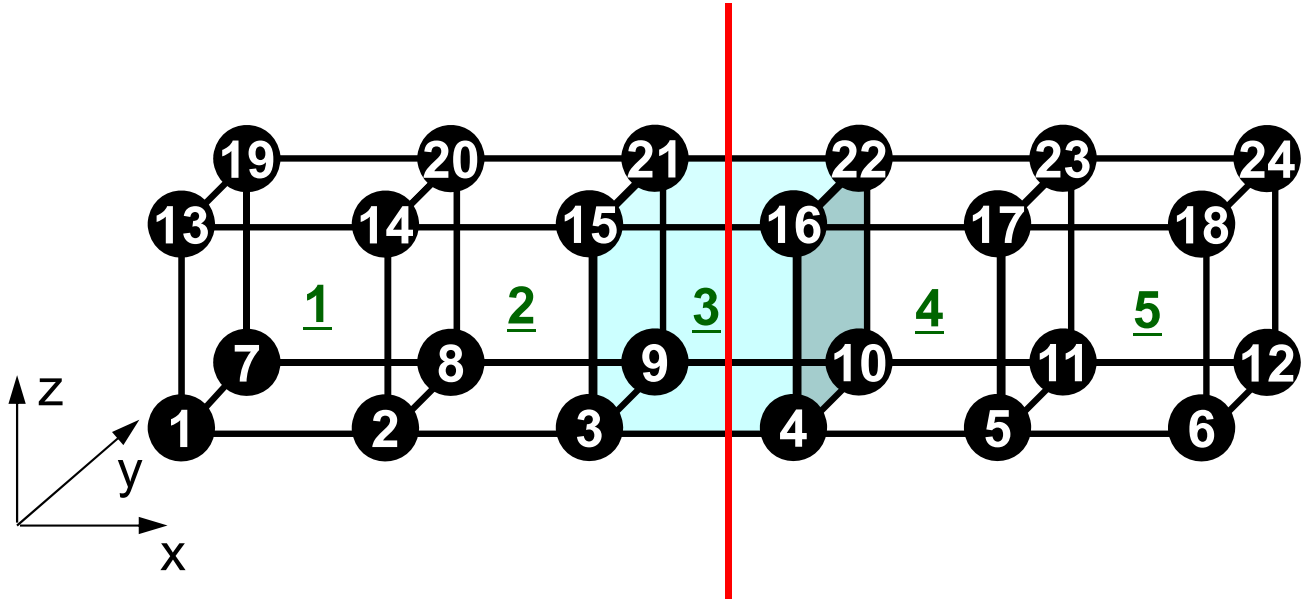
- Partitioned nodes themselves (Internal Nodes) 内点
- Elements which include Internal Nodes 内点を含む要素
- External Nodes included in the Elements 外点
  in overlapped region among partitions.
- Info of External Nodes are required for completely local element–based operations on each processor.

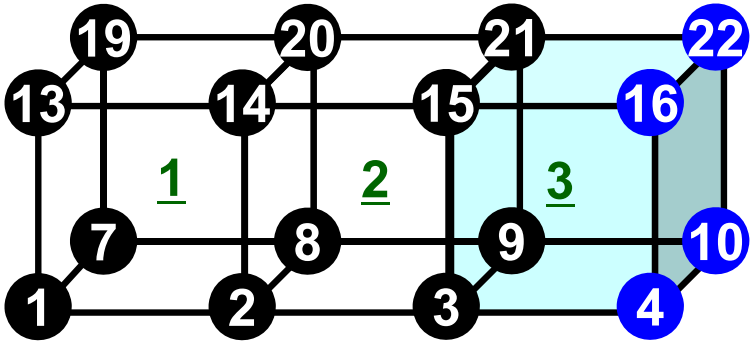




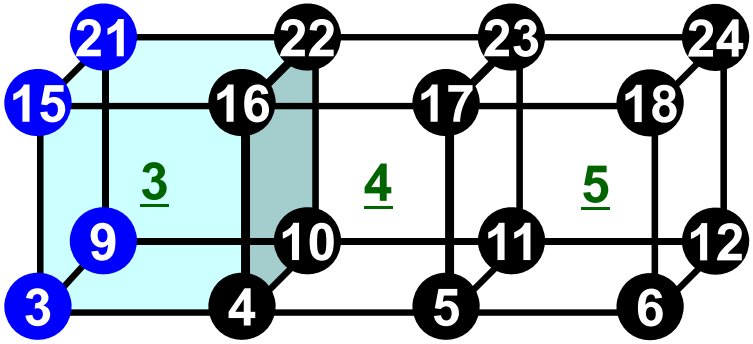


領域分割：X軸方向に2分割





aaa.1



aaa.0

局所分散メッシュデータ

- 隣接領域
- 節点
- 要素
- 受信テーブル
- 送信テーブル
- 節点グループ

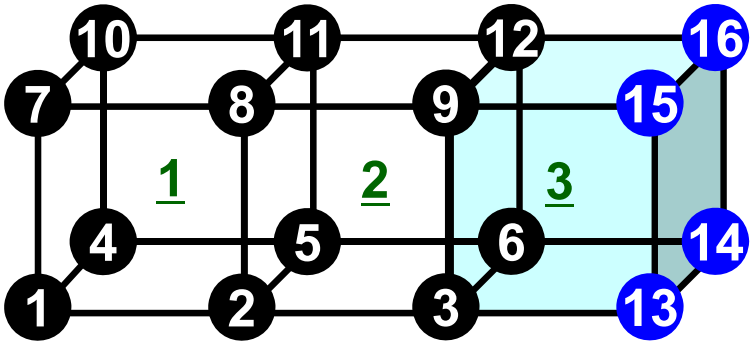
局所番号付け:節点

- 局所番号は各領域「1」から番号付け
  - 1CPUの場合と同じプログラムを使用可能:SPMD
  - 要素番号も同じように「1」から番号付け

- 内点⇒外点という順番で番号付け
- Double Numbering
  - 本来の所属領域での局所節点番号: **NODE_ID(i,1)**
  - 所属領域番号: **NODE_ID(i,2)**

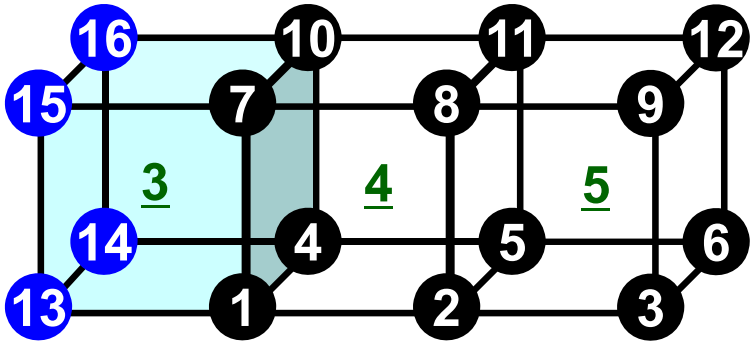
隣接領域

pc.0




```
 0
 1
 1
16          12
 1    0       0.00    0.00    0.00
 2    0       1.00    0.00    0.00
 3    0       2.00    0.00    0.00
 4    0       0.00    1.00    0.00
 5    0       1.00    1.00    0.00
 6    0       2.00    1.00    0.00
 7    0       0.00    0.00    1.00
 8    0       1.00    0.00    1.00
 9    0       2.00    0.00    1.00
10    0       0.00    1.00    1.00
11    0       1.00    1.00    1.00
12    0       2.00    1.00    1.00
 1    1       3.00    0.00    0.00
 4    1       3.00    1.00    0.00
 7    1       3.00    0.00    1.00
10    1       3.00    1.00    1.00
```

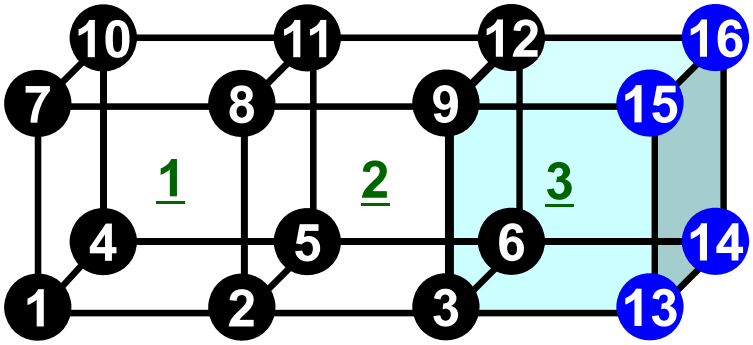
pc.1




```
 1          領域ID
 1          隣接領域数  NEIBPETOT
 0          隣接領域ID  NEIBPE(neib)
16          12
 1    1       3.00    0.00    0.00
 2    1       4.00    0.00    0.00
 3    1       5.00    0.00    0.00
 4    1       3.00    1.00    0.00
 5    1       4.00    1.00    0.00
 6    1       5.00    1.00    0.00
 7    1       3.00    0.00    1.00
 8    1       4.00    0.00    1.00
 9    1       5.00    0.00    1.00
10    1       3.00    1.00    1.00
11    1       4.00    1.00    1.00
12    1       5.00    1.00    1.00
 3    0       2.00    0.00    0.00
 6    0       2.00    1.00    0.00
 9    0       2.00    0.00    1.00
12    0       2.00    1.00    1.00
```

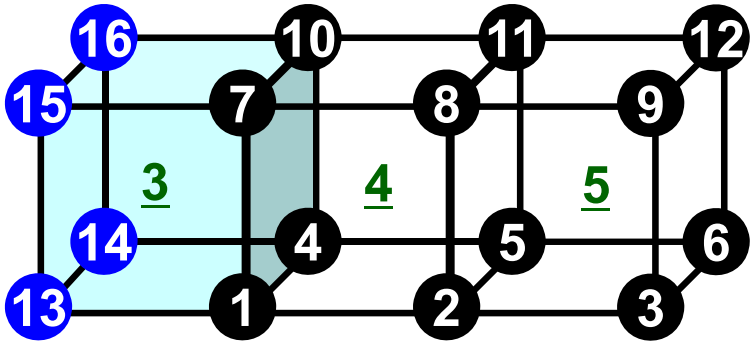
内点，外点

pc.0




```
 0
 1
 1
16          12
 1    0       0.00    0.00    0.00
 2    0       1.00    0.00    0.00
 3    0       2.00    0.00    0.00
 4    0       0.00    1.00    0.00
 5    0       1.00    1.00    0.00
 6    0       2.00    1.00    0.00
 7    0       0.00    0.00    1.00
 8    0       1.00    0.00    1.00
 9    0       2.00    0.00    1.00
10    0       0.00    1.00    1.00
11    0       1.00    1.00    1.00
12    0       2.00    1.00    1.00
 1    1       3.00    0.00    0.00
 4    1       3.00    1.00    0.00
 7    1       3.00    0.00    1.00
10    1       3.00    1.00    1.00
```

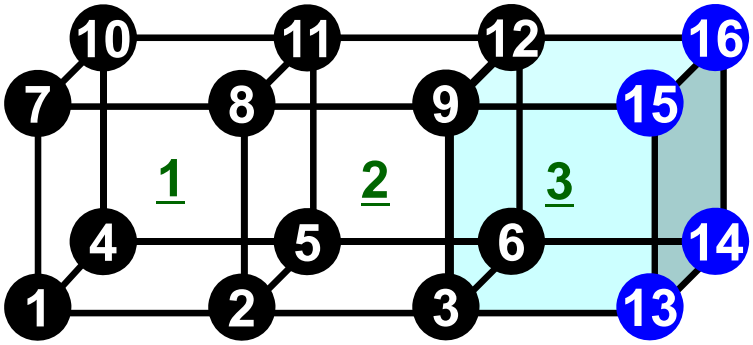
pc.1




```
 1
 1
 0
16          12   （総節点数，内点数）
 1    1       3.00    0.00    0.00
 2    1       4.00    0.00    0.00
 3    1       5.00    0.00    0.00
 4    1       3.00    1.00    0.00
 5    1       4.00    1.00    0.00
 6    1       5.00    1.00    0.00
 7    1       3.00    0.00    1.00
 8    1       4.00    0.00    1.00
 9    1       5.00    0.00    1.00
10    1       3.00    1.00    1.00
11    1       4.00    1.00    1.00
12    1       5.00    1.00    1.00
 3    0       2.00    0.00    0.00
 6    0       2.00    1.00    0.00
 9    0       2.00    0.00    1.00
12    0       2.00    1.00    1.00
```

局所番号付け:節点

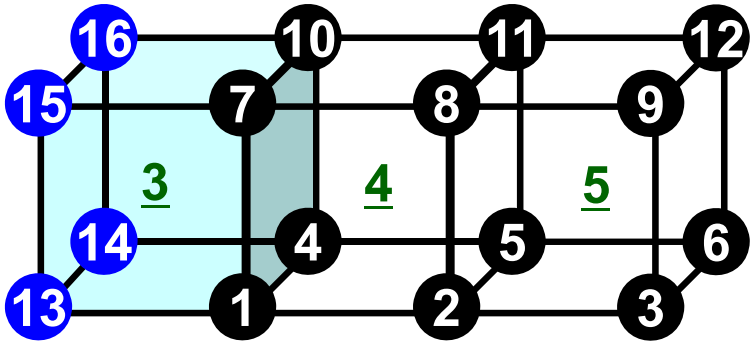
pc.0




```
 0
 1
 1
16          12
 1     0       0.00      0.00      0.00  ①
 2     0       1.00      0.00      0.00  ②
 3     0       2.00      0.00      0.00  ③
 4     0       0.00      1.00      0.00  ④
 5     0       1.00      1.00      0.00  ⑤
 6     0       2.00      1.00      0.00  ⑥
 7     0       0.00      0.00      1.00  ⑦
 8     0       1.00      0.00      1.00  ⑧
 9     0       2.00      0.00      1.00  ⑨
10     0       0.00      1.00      1.00  ⑩
11     0       1.00      1.00      1.00  ⑪
12     0       2.00      1.00      1.00  ⑫
 1     1       3.00      0.00      0.00  ⑬
 4     1       3.00      1.00      0.00  ⑭
 7     1       3.00      0.00      1.00  ⑮
10     1       3.00      1.00      1.00  ⑯
```

所属領域とそこでの番号　　座標

pc.1

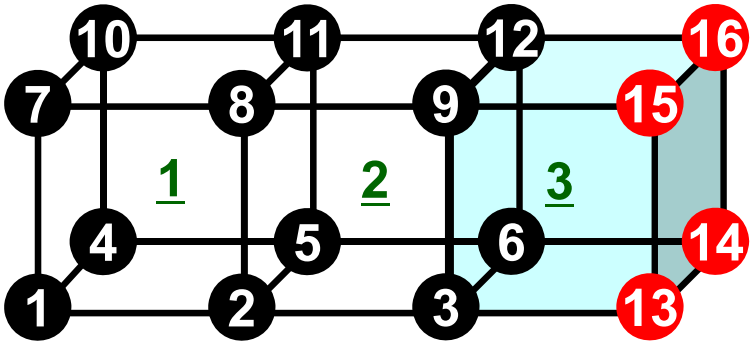



```
 1
 1
 0
16          12
 1     1       3.00      0.00      0.00  ①
 2     1       4.00      0.00      0.00  ②
 3     1       5.00      0.00      0.00  ③
 4     1       3.00      1.00      0.00  ④
 5     1       4.00      1.00      0.00  ⑤
 6     1       5.00      1.00      0.00  ⑥
 7     1       3.00      0.00      1.00  ⑦
 8     1       4.00      0.00      1.00  ⑧
 9     1       5.00      0.00      1.00  ⑨
10     1       3.00      1.00      1.00  ⑩
11     1       4.00      1.00      1.00  ⑪
12     1       5.00      1.00      1.00  ⑫
 3     0       2.00      0.00      0.00  ⑬
 6     0       2.00      1.00      0.00  ⑭
 9     0       2.00      0.00      1.00  ⑮
12     0       2.00      1.00      1.00  ⑯
```

所属領域とそこでの番号　　座標

局所番号付け:節点

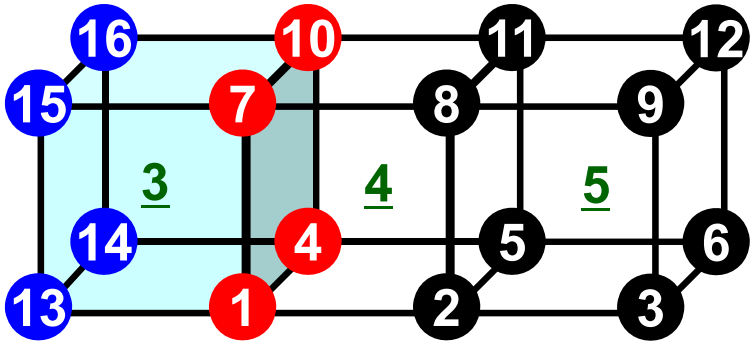
pc.0




```
 0
 1
 1
16          12
 1     0      0.00      0.00      0.00  ①
 2     0      1.00      0.00      0.00  ②
 3     0      2.00      0.00      0.00  ③
 4     0      0.00      1.00      0.00  ④
 5     0      1.00      1.00      0.00  ⑤
 6     0      2.00      1.00      0.00  ⑥
 7     0      0.00      0.00      1.00  ⑦
 8     0      1.00      0.00      1.00  ⑧
 9     0      2.00      0.00      1.00  ⑨
10     0      0.00      1.00      1.00  ⑩
11     0      1.00      1.00      1.00  ⑪
12     0      2.00      1.00      1.00  ⑫
 1     1      3.00      0.00      0.00  ⑬
 4     1      3.00      1.00      0.00  ⑭
 7     1      3.00      0.00      1.00  ⑮
10     1      3.00      1.00      1.00  ⑯
```

所属領域とそこでの番号　　座標

pc.1

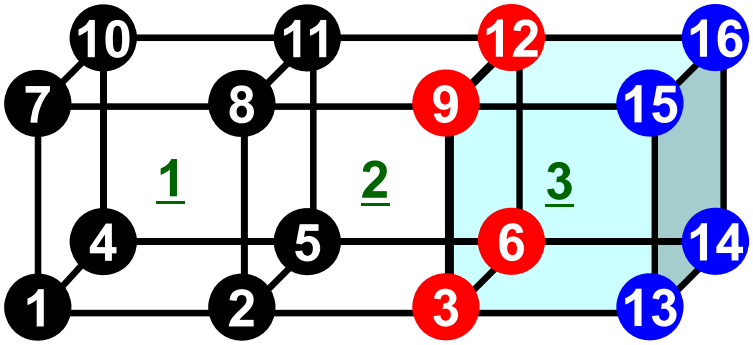



```
 1
 1
 0
16          12
 1     1      3.00      0.00      0.00  ①
 2     1      4.00      0.00      0.00  ②
 3     1      5.00      0.00      0.00  ③
 4     1      3.00      1.00      0.00  ④
 5     1      4.00      1.00      0.00  ⑤
 6     1      5.00      1.00      0.00  ⑥
 7     1      3.00      0.00      1.00  ⑦
 8     1      4.00      0.00      1.00  ⑧
 9     1      5.00      0.00      1.00  ⑨
10     1      3.00      1.00      1.00  ⑩
11     1      4.00      1.00      1.00  ⑪
12     1      5.00      1.00      1.00  ⑫
 3     0      2.00      0.00      0.00  ⑬
 6     0      2.00      1.00      0.00  ⑭
 9     0      2.00      0.00      1.00  ⑮
12     0      2.00      1.00      1.00  ⑯
```

所属領域とそこでの番号　　座標

局所番号付け:節点

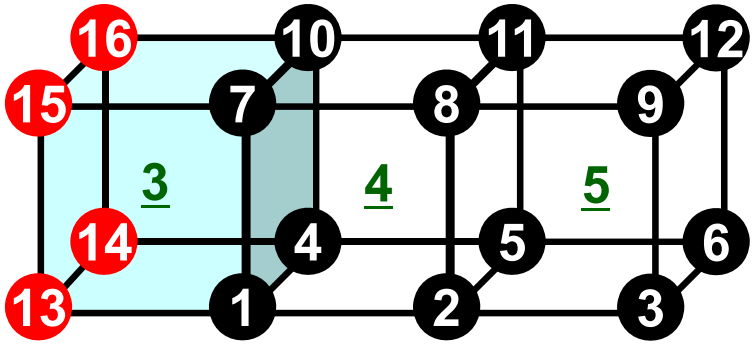
pc.0




```
 0
 1
 1
16          12
 1    0        0.00      0.00      0.00  ①
 2    0        1.00      0.00      0.00  ②
 3    0        2.00      0.00      0.00  ③
 4    0        0.00      1.00      0.00  ④
 5    0        1.00      1.00      0.00  ⑤
 6    0        2.00      1.00      0.00  ⑥
 7    0        0.00      0.00      1.00  ⑦
 8    0        1.00      0.00      1.00  ⑧
 9    0        2.00      0.00      1.00  ⑨
10    0        0.00      1.00      1.00  ⑩
11    0        1.00      1.00      1.00  ⑪
12    0        2.00      1.00      1.00  ⑫
 1    1        3.00      0.00      0.00  ⑬
 4    1        3.00      1.00      0.00  ⑭
 7    1        3.00      0.00      1.00  ⑮
10    1        3.00      1.00      1.00  ⑯
```

所属領域とそこでの番号　　座標

pc.1

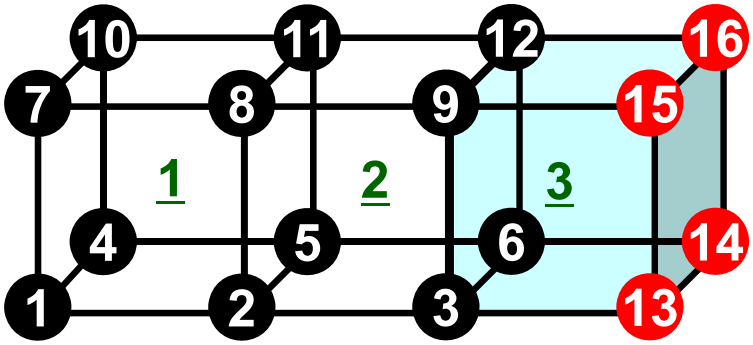



```
 1
 1
 0
16          12
 1    1        3.00      0.00      0.00  ①
 2    1        4.00      0.00      0.00  ②
 3    1        5.00      0.00      0.00  ③
 4    1        3.00      1.00      0.00  ④
 5    1        4.00      1.00      0.00  ⑤
 6    1        5.00      1.00      0.00  ⑥
 7    1        3.00      0.00      1.00  ⑦
 8    1        4.00      0.00      1.00  ⑧
 9    1        5.00      0.00      1.00  ⑨
10    1        3.00      1.00      1.00  ⑩
11    1        4.00      1.00      1.00  ⑪
12    1        5.00      1.00      1.00  ⑫
 3    0        2.00      0.00      0.00  ⑬
 6    0        2.00      1.00      0.00  ⑭
 9    0        2.00      0.00      1.00  ⑮
12    0        2.00      1.00      1.00  ⑯
```

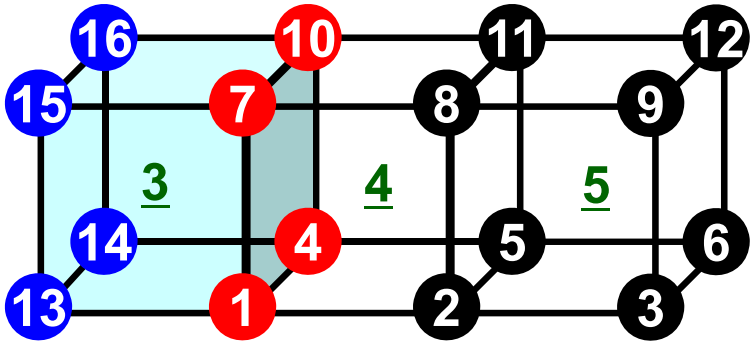
所属領域とそこでの番号　　座標

局所番号付け：節点

pc.0



pc.1




```
  0
  1
  1
 16          12
  1     0       0.00      0.00      0.00  ①
  2     0       1.00      0.00      0.00  ②
  3     0       2.00      0.00      0.00  ③
  4     0       0.00      1.00      0.00  ④
  5     0       1.00      1.00      0.00  ⑤
  6     0       2.00      1.00      0.00  ⑥
  7     0       0.00      0.00      1.00  ⑦
  8     0       1.00      0.00      1.00  ⑧
  9     0       2.00      0.00      1.00  ⑨
 10     0       0.00      1.00      1.00  ⑩
 11     0       1.00      1.00      1.00  ⑪
 12     0       2.00      1.00      1.00  ⑫
  1     1       3.00      0.00      0.00  ⑬
  4     1       3.00      1.00      0.00  ⑭
  7     1       3.00      0.00      1.00  ⑮
 10     1       3.00      1.00      1.00  ⑯
```

所属領域とそこでの番号　　座標

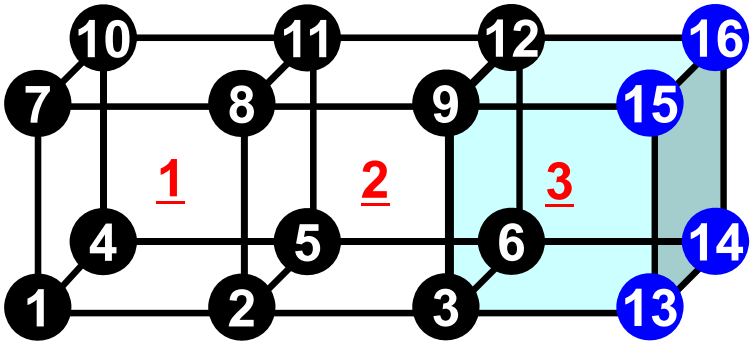
```
  1
  1
  0
 16          12
  1     1       3.00      0.00      0.00  ①
  2     1       4.00      0.00      0.00  ②
  3     1       5.00      0.00      0.00  ③
  4     1       3.00      1.00      0.00  ④
  5     1       4.00      1.00      0.00  ⑤
  6     1       5.00      1.00      0.00  ⑥
  7     1       3.00      0.00      1.00  ⑦
  8     1       4.00      0.00      1.00  ⑧
  9     1       5.00      0.00      1.00  ⑨
 10     1       3.00      1.00      1.00  ⑩
 11     1       4.00      1.00      1.00  ⑪
 12     1       5.00      1.00      1.00  ⑫
  3     0       2.00      0.00      0.00  ⑬
  6     0       2.00      1.00      0.00  ⑭
  9     0       2.00      0.00      1.00  ⑮
 12     0       2.00      1.00      1.00  ⑯
```

所属領域とそこでの番号　　座標

以降のデータ，プログラム内部で使うのは丸付き数字（局所節点番号）

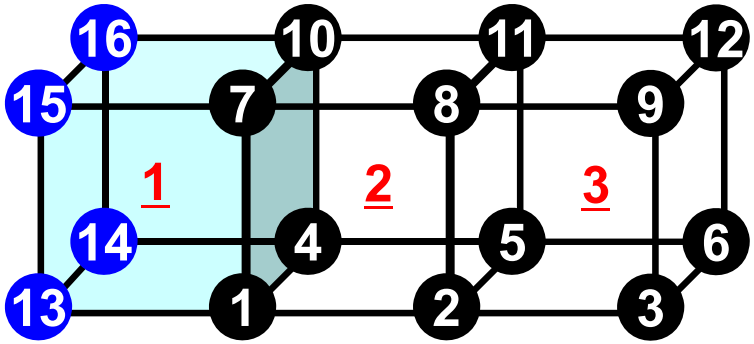
局所番号付け:要素

pc.0




```
  3   3
361 361 361
  1   0       1  1   2   5   4   7   8  11  10
  2   0       1  2   3   6   5   8   9  12  11
  3   0       1  3  13  14   6   9  15  16  12
  1   2   3
```

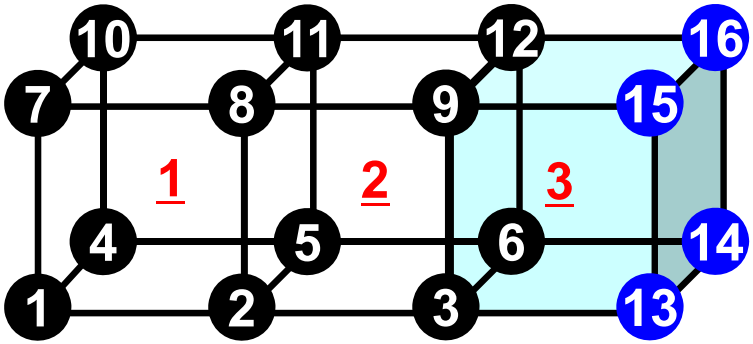
pc.1




```
  3   2
361 361 361
  3   0       1  13   1   4  14  15   7  10  16
  1   1       1   1   2   5   4   7   8  11  10
  2   1       1   2   3   6   5   8   9  12  11
  2   3
```

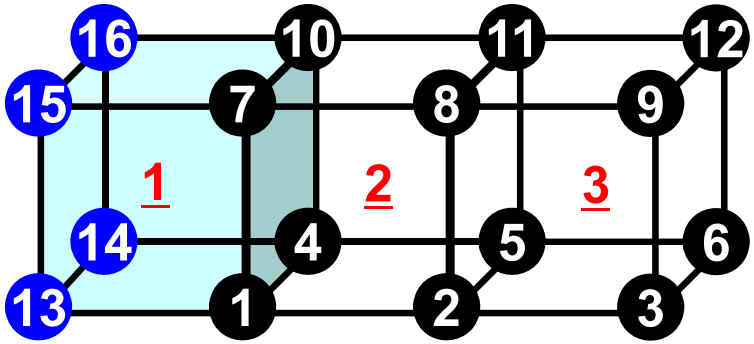
局所番号付け：要素

pc.0

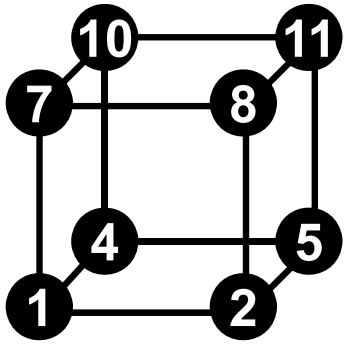



```
  3   3
361 361 361
  1   0       1  1   2   5   4   7   8  11  10
  2   0       1  2   3   6   5   8   9  12  11
  3   0       1  3  13  14   6   9  15  16  12
  1   2   3
```

pc.1



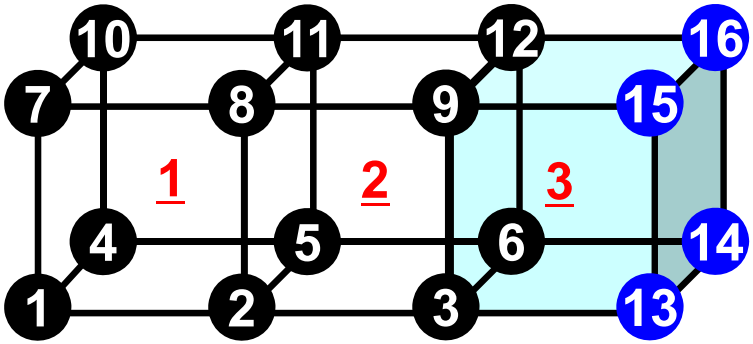

```
  3   2   （全要素，領域所属要素）
361 361 361
  3   0       1  13   1   4  14  15   7  10  16
  1   1       1   1   2   5   4   7   8  11  10
  2   1       1   2   3   6   5   8   9  12  11
  2   3
```



- 要素が所属する領域
  - 8個の節点の所属する領域によって決定
  - 全て「内点」であれば，節点と同じ領域
  - 「外点」を含む場合は，節点の所属領域番号の最も若い領域に属する
  - 本ケースのオーバーラップ要素は「0」領域に所属

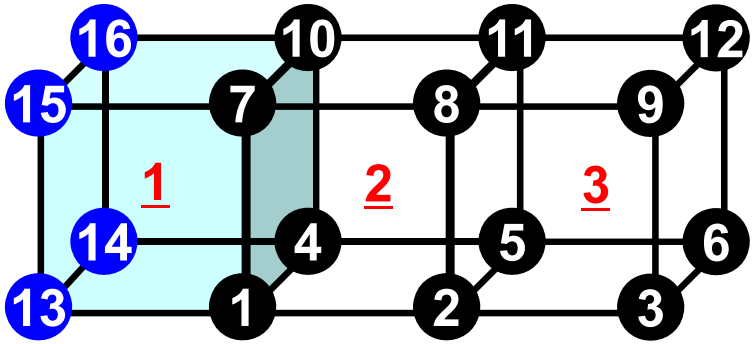
局所番号付け：要素

pc.0




```
  3    3
361  361  361
  1    0       1   1    2    5    4    7    8   11   10
  2    0       1   2    3    6    5    8    9   12   11
  3    0       1   3   13   14    6    9   15   16   12
  1    2    3
```

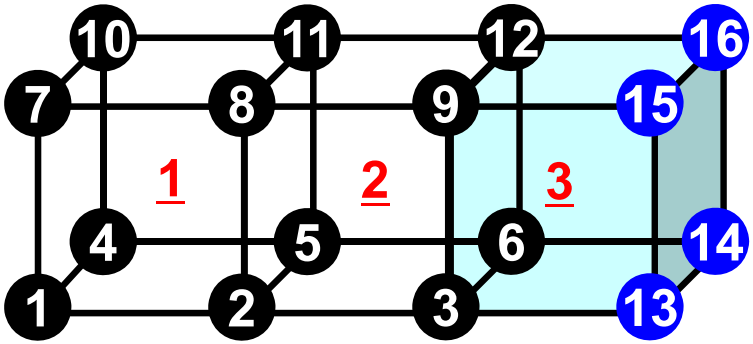
pc.1




```
  3    2
361  361  361   （要素タイプ，全要素）
  3    0       1  13    1    4   14   15    7   10   16
  1    1       1   1    2    5    4    7    8   11   10
  2    1       1   2    3    6    5    8    9   12   11
  2    3
```

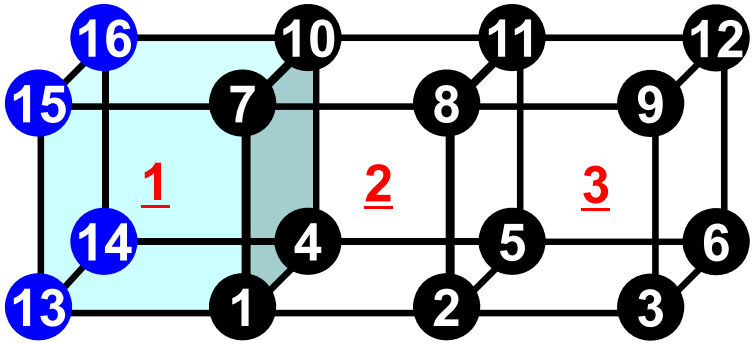
局所番号付け：要素

pc.0




```
  3    3
361  361  361
  1    0    1    1    2    5    4    7    8   11   10   1
  2    0    1    2    3    6    5    8    9   12   11   2
  3    0    1    3   13   14    6    9   15   16   12   3
  1    2    3
```

pc.1

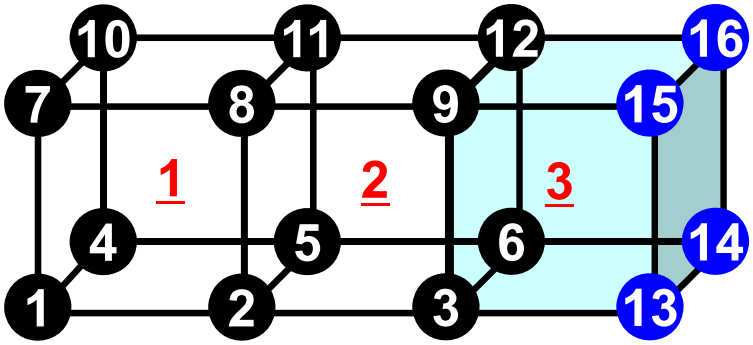



```
  3    2
361  361  361
  3    0    1   13    1    4   14   15    7   10   16   1
  1    1    1    1    2    5    4    7    8   11   10   2
  2    1    1    2    3    6    5    8    9   12   11   3
  2    3
```

- 要素についてもDouble Numbering
  - 本来の所属領域での局所要素番号　**ELEM_ID(i,1)**
  - 所属領域番号　**ELEM_ID(i,2)**
- 材料番号
- 8個の節点
- 以降の計算では下線付の「局所要素番号」を使用

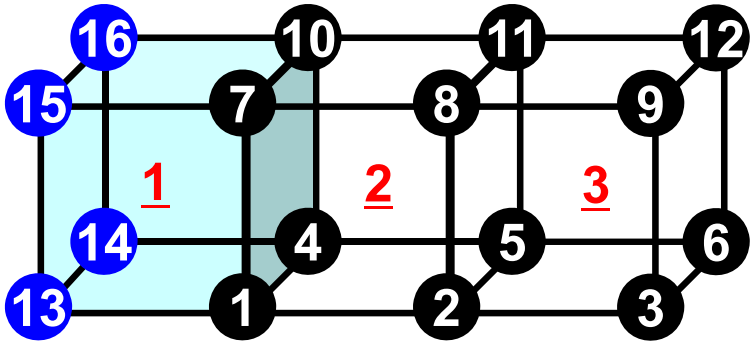
局所番号付け：要素

pc.0




```
  3    3
361  361  361
  1    0    1    1    2    5    4    7    8   11   10   1
  2    0    1    2    3    6    5    8    9   12   11   2
  3    0    1    3   13   14    6    9   15   16   12   3
  1    2    3
```

pc.1

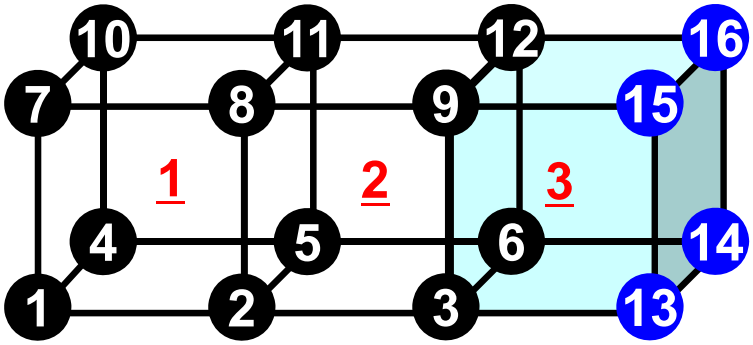



```
  3    2
361  361  361
  3    0    1   13    1    4   14   15    7   10   16   1
  1    1    1    1    2    5    4    7    8   11   10   2
  2    1    1    2    3    6    5    8    9   12   11   3
  2    3
```

- pc.0
  - 1, 2, 3 の要素が「領域所属要素」
- pc.1
  - 2, 3 の要素が「領域所属要素」

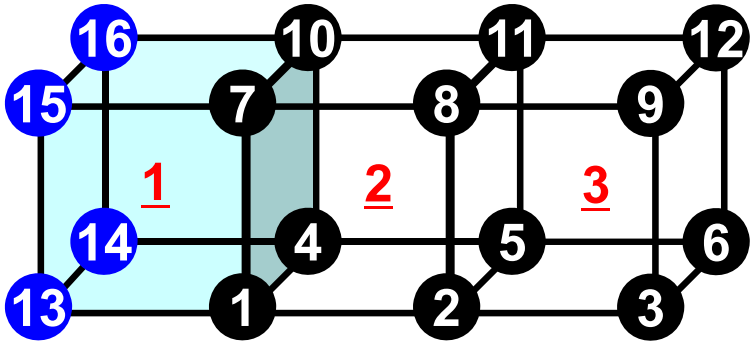
通信テーブル：受信，送信

pc.0




```
 4
13
14
15
16
 4
 3
 6
 9
12
```

pc.1




```
 4
13
14
15
16
 4
 1
 4
 7
10
```

領域間通信
一般化された通信テーブル

- 「通信」とは「外点」の情報を，その「外点」が本来属している領域から得ることである。

- 「通信テーブル」とは領域間の外点の関係の情報を記述したもの。
  - 「送信テーブル（export）」，「受信テーブル（import）」がある。

- 送信側：「境界点」として送る
- 受信側：「外点」として受け取る

一般化された通信テーブル：送信（F）

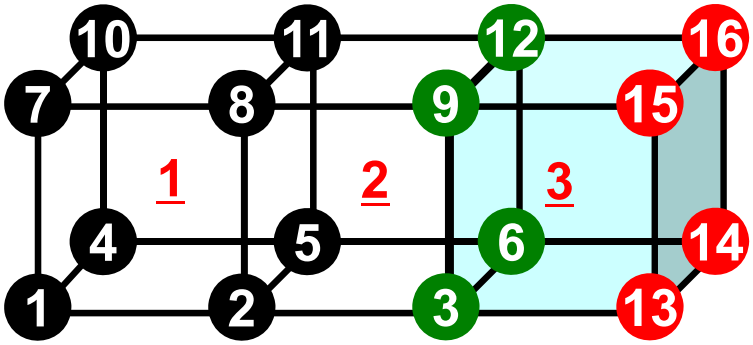
- 送信相手
  - NEIBPETOT，NEIBPE(neib)
- それぞれの送信相手に送るメッセージサイズ
  - export_index(neib), neib= 0, NEIBPETOT
- 「境界点」番号
  - export_item(k), k= 1, export_index(NEIBPETOT)
- それぞれの送信相手に送るメッセージ
  - SENDbuf(k), k= 1, export_index(NEIBPETOT)

一般化された通信テーブル：送信（C）

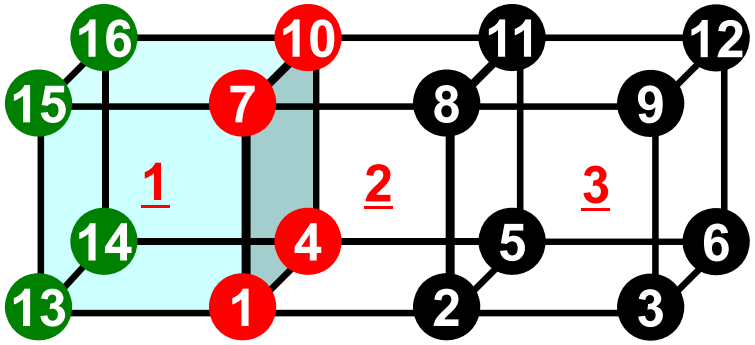
- 送信相手
  - NeibPETot, NeibPE[neib]
- それぞれの送信相手に送るメッセージサイズ
  - export_index[neib], neib= 0, NeibPETot-1
- 「境界点」番号
  - export_item[k], k= 0, export_index[NeibPETot]-1
- それぞれの送信相手に送るメッセージ
  - SendBuf[k], k= 0, export_index[NeibPETot]-1

通信テーブル(送信)

pc.0



pc.1



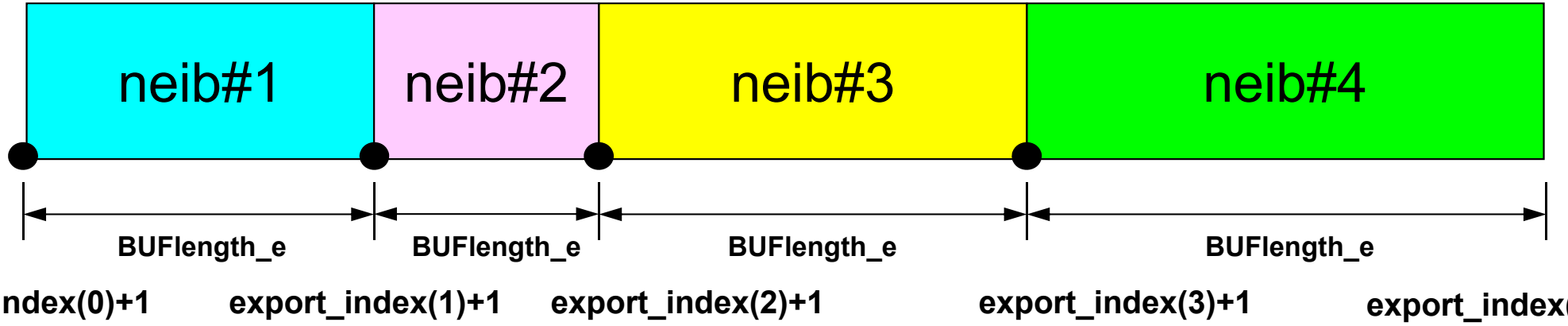

```
 4
13
14
15
16
 4
 3
 6
 9
12
```

```
 4
13
14
15
16
 4          export_index(neib) : 送信節点数
 1          export_item : 節点番号
 4
 7
10
```

- export_index　各隣接領域に送信する外点の数(累積数)
  - 現在:隣接領域数は1
- export_item　境界点の番号

送信（MPI_Isend/Irecv/Waitall）（F）

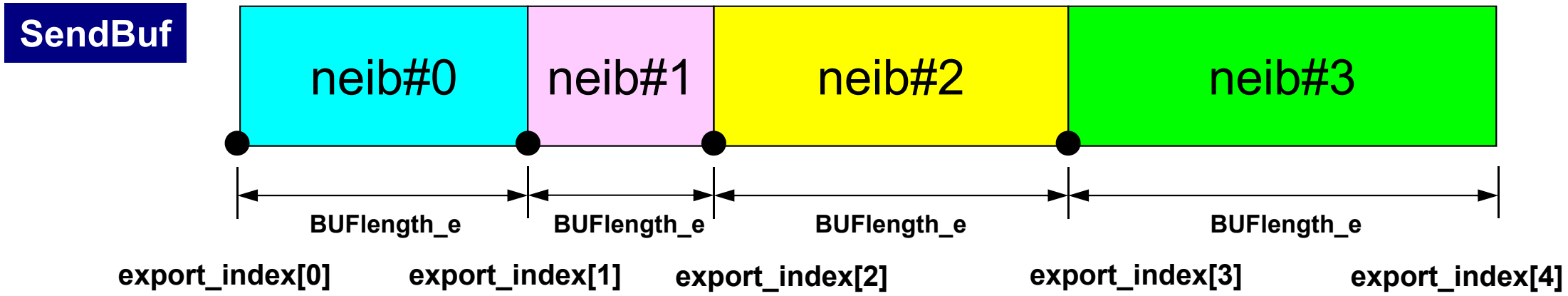
SENDbuf




```
 do neib= 1, NEIBPETOT
   do k= export_index(neib-1)+1, export_index(neib)
     kk= export_item(k)
     SENDbuf(k)= VAL(kk)
   enddo
 enddo

 do neib= 1, NEIBPETOT
   iS_e= export_index(neib-1) + 1
   iE_e= export_index(neib  )
   BUFlength_e= iE_e + 1 - iS_e

   call MPI_ISEND                                                  &
&          (SENDbuf(iS_e), BUFlength_e, MPI_INTEGER, NEIBPE(neib), 0,&
&           MPI_COMM_WORLD, request_send(neib), ierr)
 enddo

 call MPI_WAITALL (NEIBPETOT, request_send, stat_recv, ierr)
```

送信バッファへの代入
温度などの変数を直接送信，受信に使うのではなく，このようなバッファへ一回代入して計算することを勧める。

送信（MPI_Isend/Irecv/Waitall）（C）



export_index[neib]～export_index[neib+1]-1番目のexport_itemがneib番目の隣接領域に送信される

```
for (neib=0; neib<NeibPETot;neib++){
   for (k=export_index[neib];k<export_index[neib+1];k++){
      kk= export_item[k];
      SendBuf[k]= VAL[kk];
   }
}

for (neib=0; neib<NeibPETot; neib++){
  tag= 0;
  iS_e= export_index[neib];
  iE_e= export_index[neib+1];
  BUFlength_e= iE_e - iS_e

  ierr= MPI_Isend
        (&SendBuf[iS_e], BUFlength_e, MPI_DOUBLE, NeibPE[neib], 0,
         MPI_COMM_WORLD, &ReqSend[neib])
}

MPI_Waitall(NeibPETot, ReqSend, StatSend);
```

送信バッファへの代入

一般化された通信テーブル：受信（F）

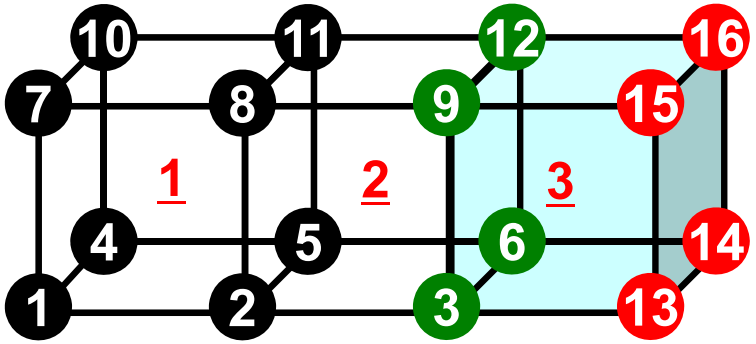
- 受信相手
  - NEIBPETOT，NEIBPE(neib)
- それぞれの受信相手から受け取るメッセージサイズ
  - import_index(neib), neib= 0, NEIBPETOT
- 「外点」番号
  - import_item(k), k= 1, import_index(NEIBPETOT)
- それぞれの受信相手から受け取るメッセージ
  - RECVbuf(k), k= 1, import_index(NEIBPETOT)

一般化された通信テーブル：受信（C）

- 受信相手
  - NeibPETot，NeibPE[neib]
- それぞれの受信相手から受け取るメッセージサイズ
  - import_index[neib], neib= 0, NeibPETot-1
- 「外点」番号
  - import_item[k], k= 0, import_index[NeibPETot]-1
- それぞれの受信相手から受け取るメッセージ
  - RecvBuf[k], k= 0, import_index[NeibPETot]-1

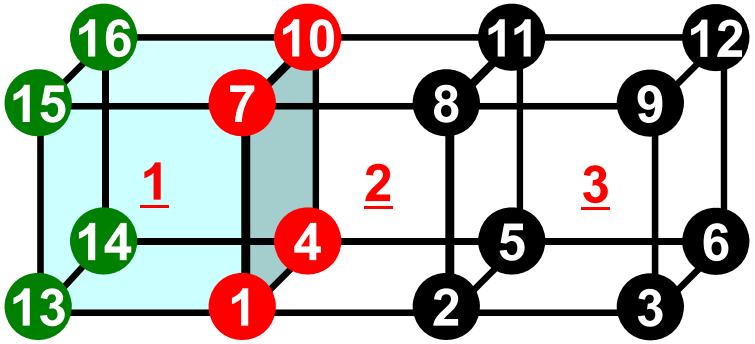
通信テーブル(受信)

pc.0




```
 4
13
14
15
16
 4
 3
 6
 9
12
```

pc.1




```
 4          import_index(neib)受信節点数
13          import_item  節点番号
14
15
16
 4        export_index(neib)
 1        export_item
 4
 7
10
```

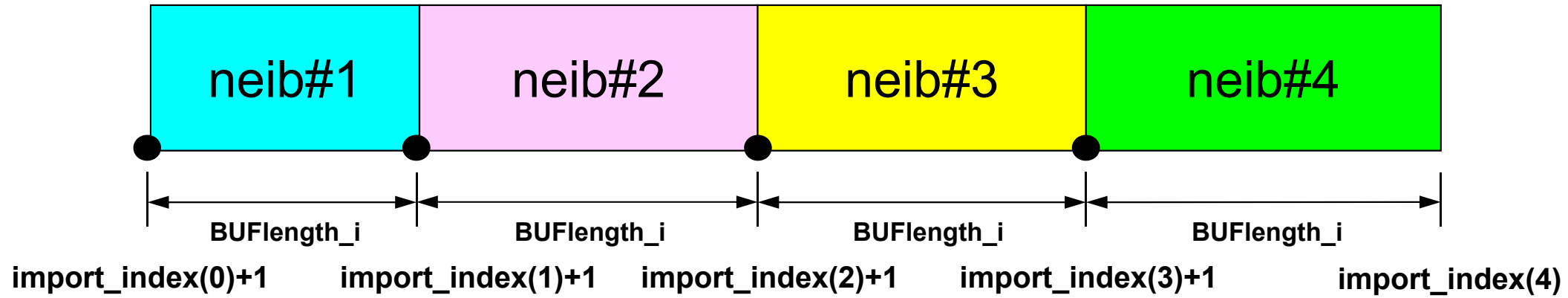
- import_index　各隣接領域から受信する外点の数(累積数)
  - 現在:隣接領域数は1
- import_item　外点の番号，所属領域

受信（MPI_Isend/Irecv/Waitall）（F）

```
 do neib= 1, NEIBPETOT
   iS_i= import_index(neib-1) + 1
   iE_i= import_index(neib  )
   BUFlength_i= iE_i + 1 - iS_i

   call MPI_IRECV                                                  &
&         (RECVbuf(iS_i), BUFlength_i, MPI_INTEGER, NEIBPE(neib), 0,&
&          MPI_COMM_WORLD, request_recv(neib), ierr)
  enddo

  call MPI_WAITALL (NEIBPETOT, request_recv, stat_recv, ierr)

  do neib= 1, NEIBPETOT
     do k= import_index(neib-1)+1, import_index(neib)
       kk= import_item(k)
       VAL(kk)= RECVbuf(k)
     enddo
  enddo
```

受信バッファから代入

RECVbuf

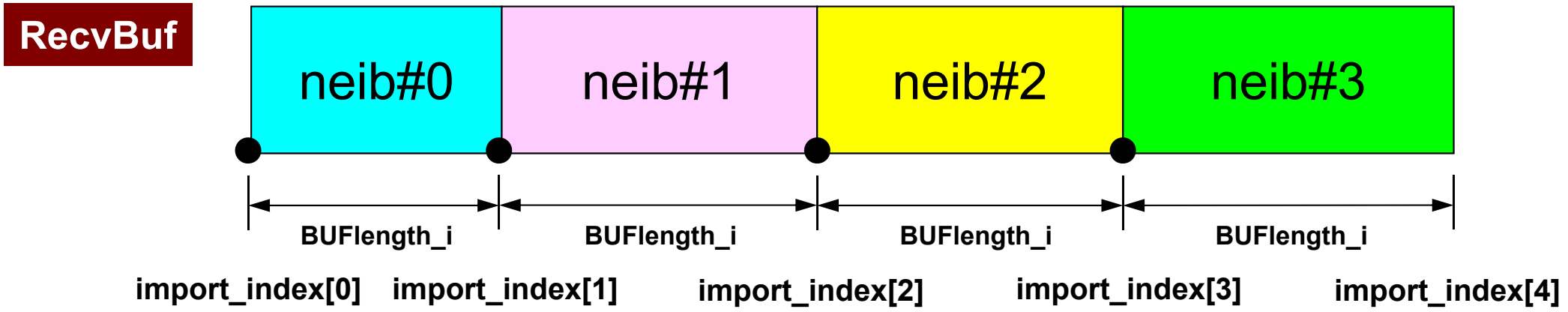


受信（MPI_Isend/Irecv/Waitall）（C）

```
for (neib=0; neib<NeibPETot; neib++){
   tag= 0;
   iS_i= import_index[neib];
   iE_i= import_index[neib+1];
   BUFlength_i= iE_i - iS_i

   ierr= MPI_Irecv
         (&RecvBuf[iS_i], BUFlength_i, MPI_DOUBLE, NeibPE[neib], 0,
          MPI_COMM_WORLD, &ReqRecv[neib])
}

MPI_Waitall(NeibPETot, ReqRecv, StatRecv);

for (neib=0; neib<NeibPETot;neib++){
    for (k=import_index[neib];k<import_index[neib+1];k++){
       kk= import_item[k];
       VAL[kk]= RecvBuf[k];
    }
}
```

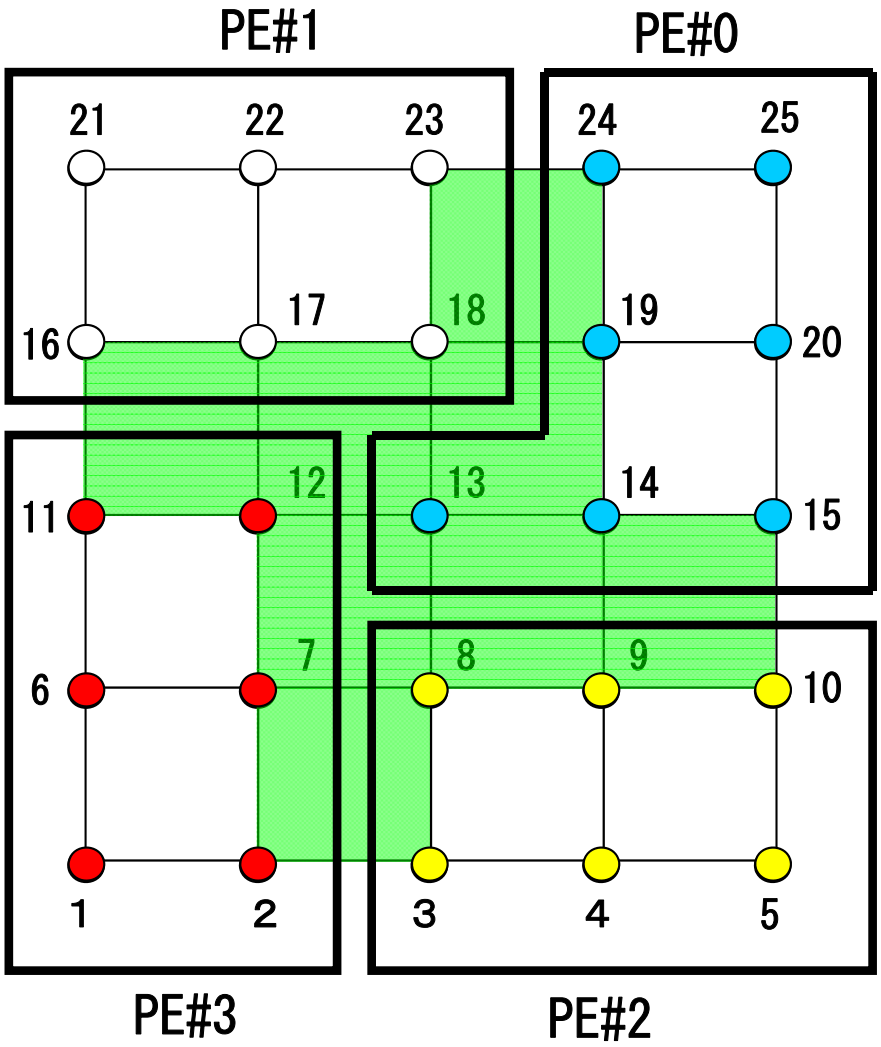
受信バッファからの代入

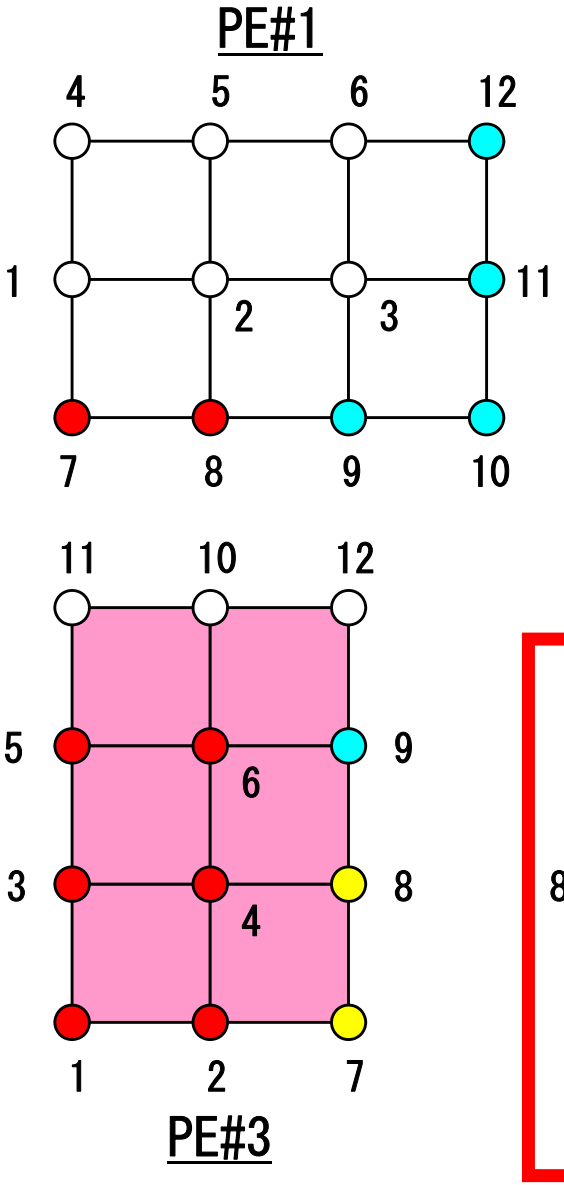
import_index[neib]～import_index[neib+1]-1番目のimport_itemがneib番目の隣接領域から受信される

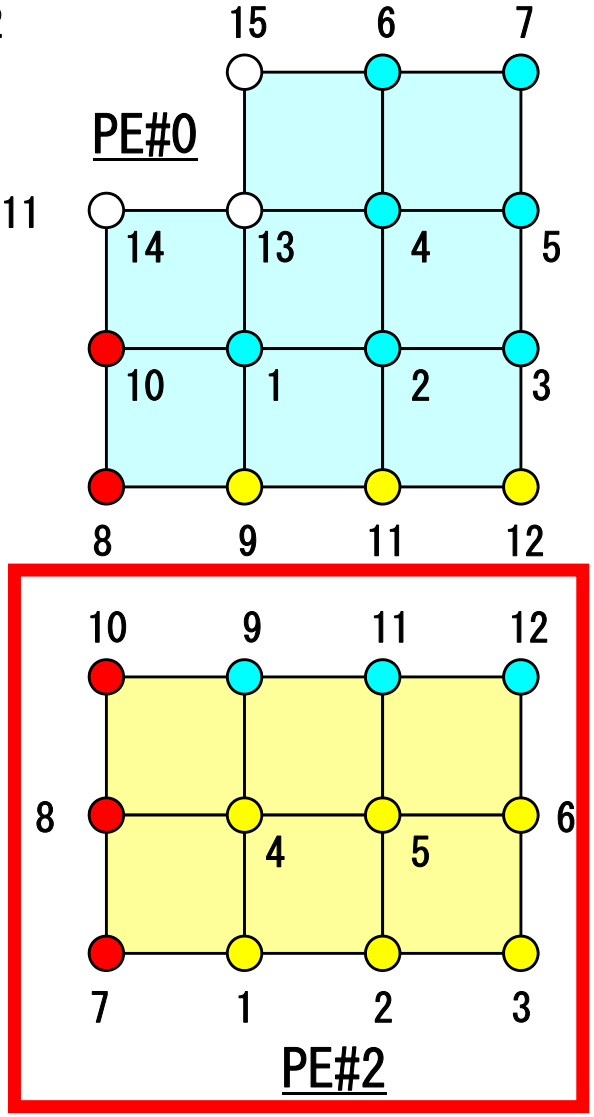


Node-based Partitioning

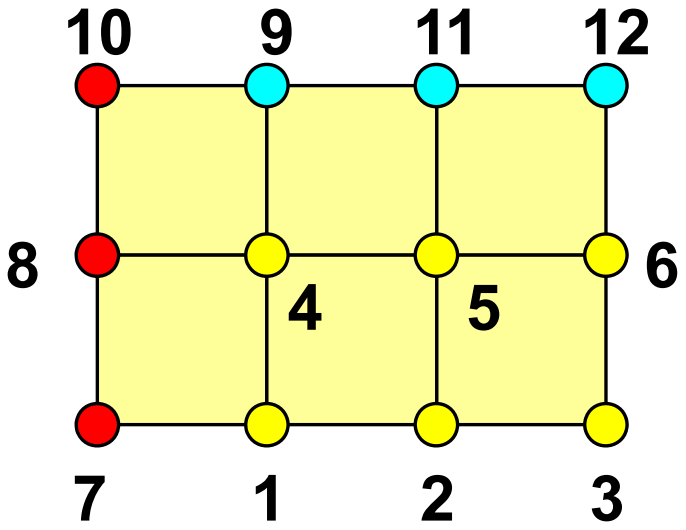
internal nodes - elements - external nodes







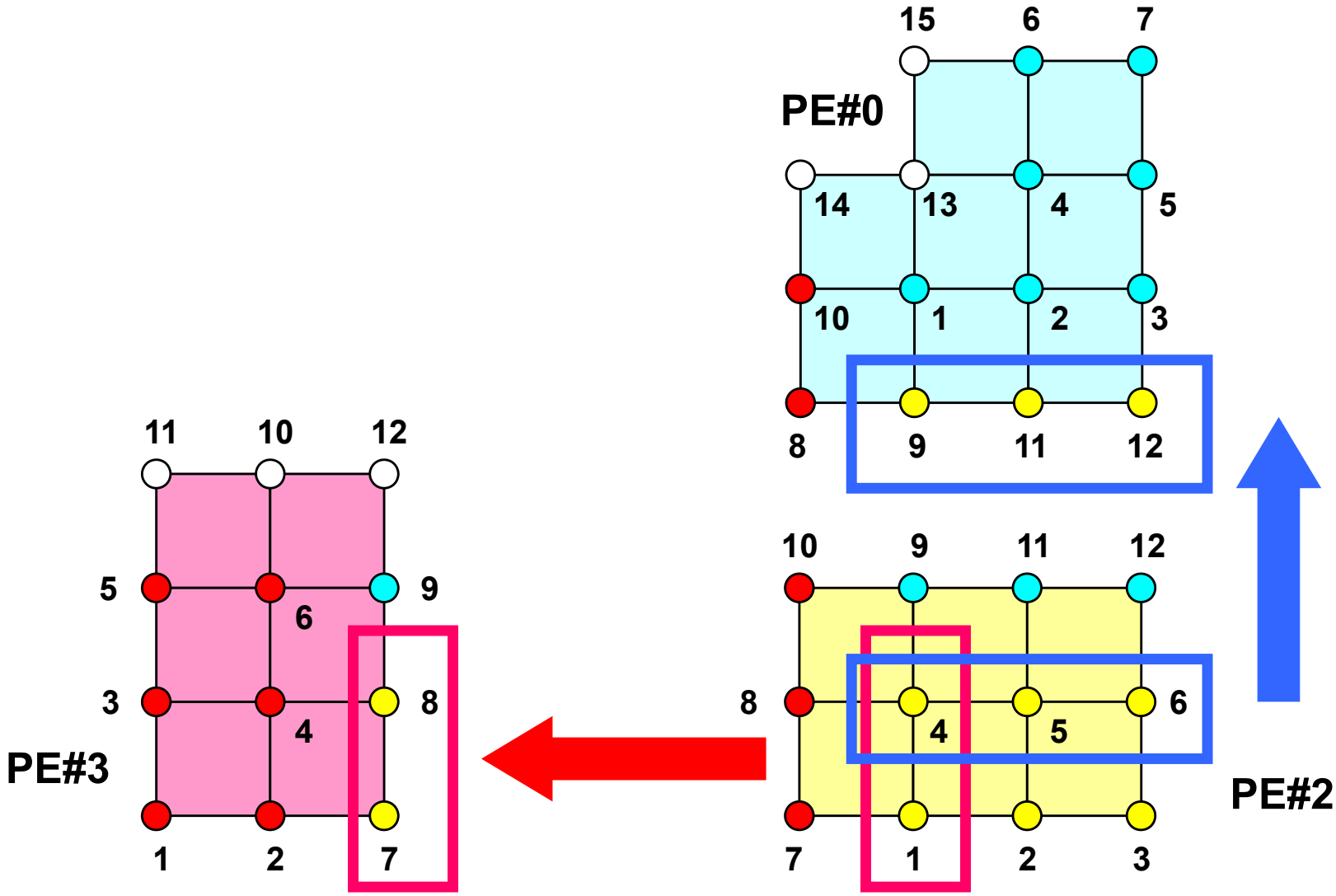
各領域データ(局所データ)仕様



- 内点，外点(internal/external nodes)
  - 内点～外点となるように局所番号をつける
- 隣接領域情報
  - オーバーラップ要素を共有する領域
  - 隣接領域数，番号
- 外点情報
  - どの領域から，何個の，どの外点の情報を「受信:import」するか
- 境界点情報
  - 何個の，どの境界点の情報を，どの領域に「送信:export」するか

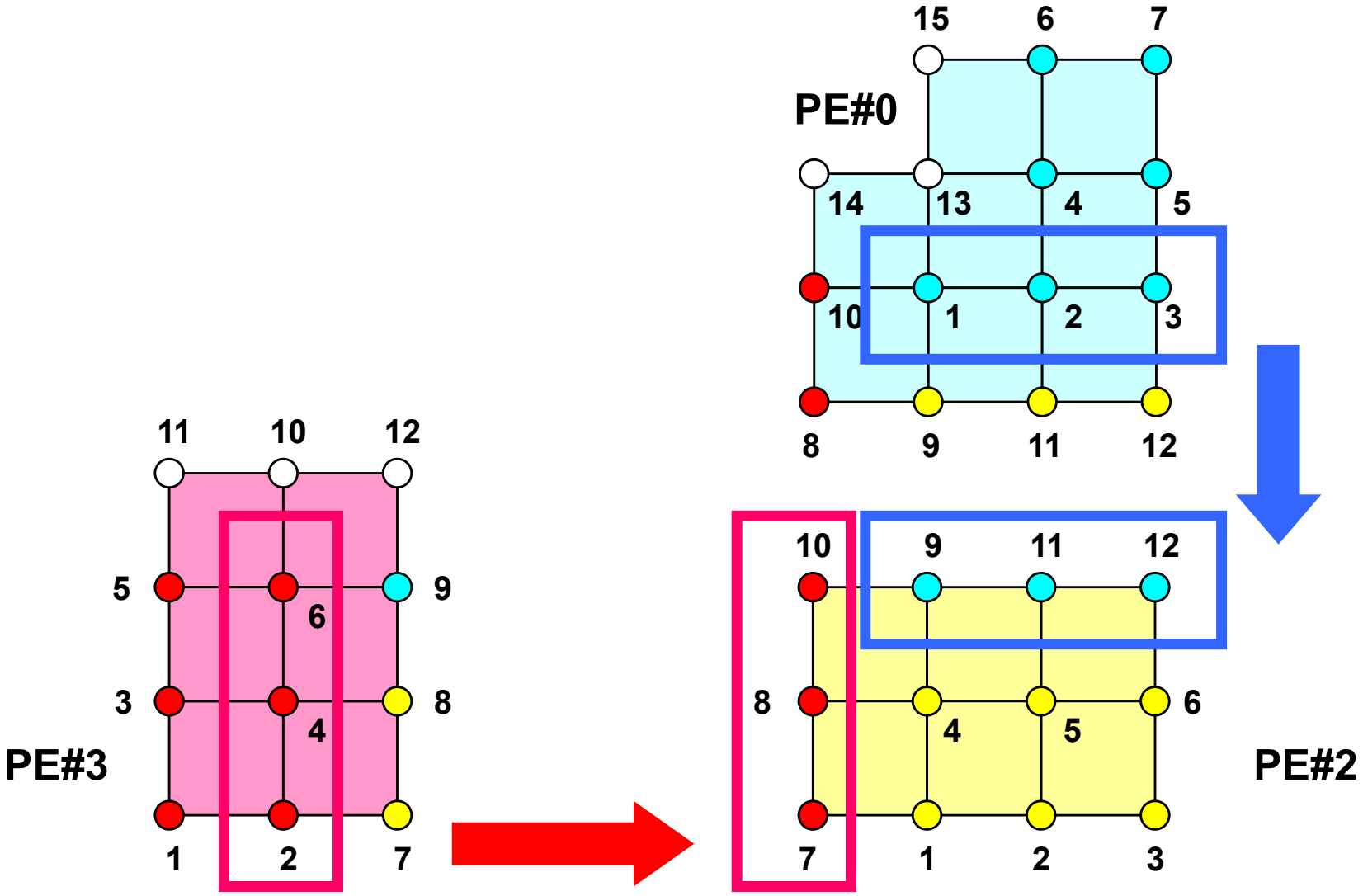
Boundary Nodes（境界点）：SEND

PE#2 : send information on “boundary nodes”

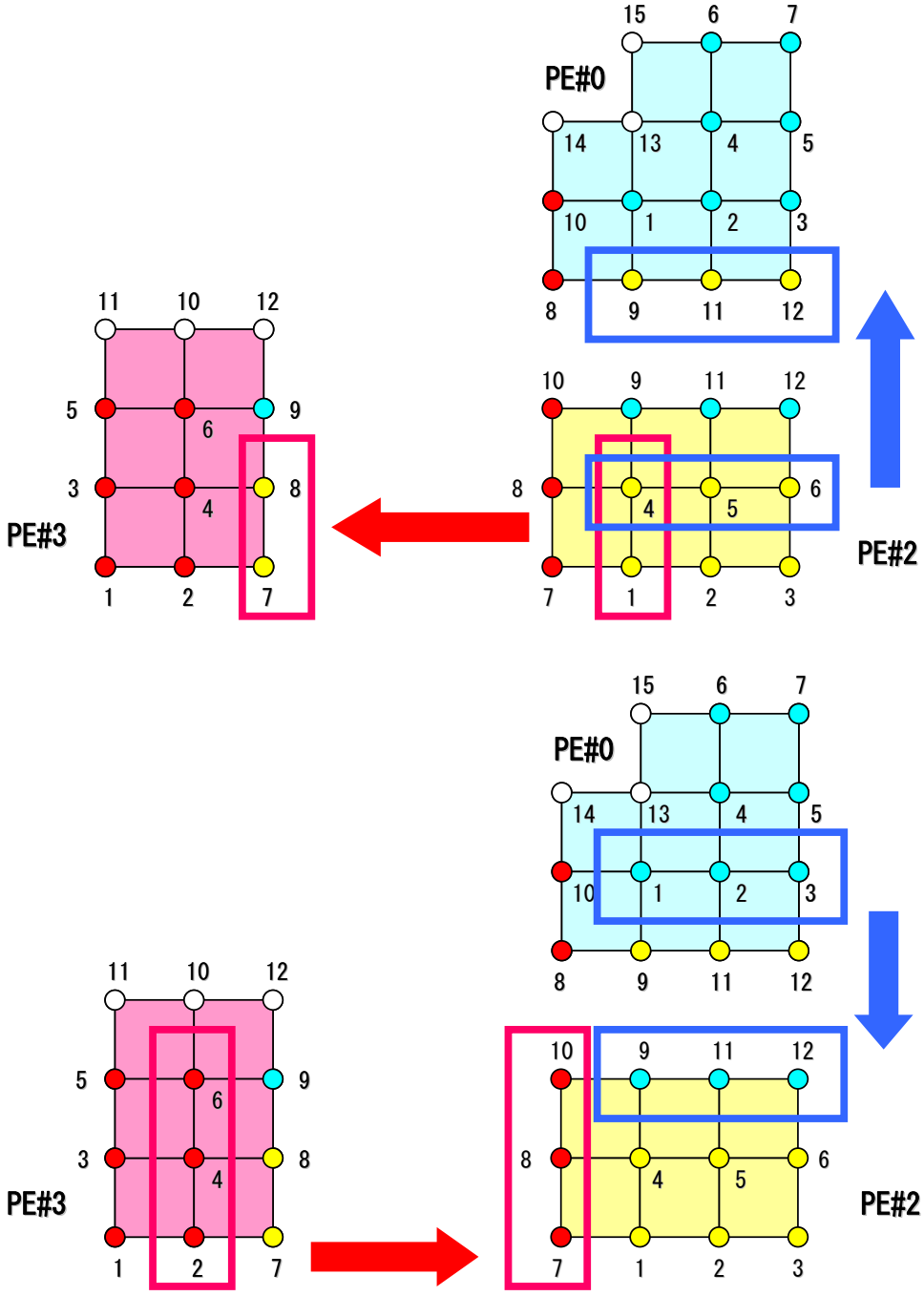


External Nodes（外点）：RECEIVE

PE#2 : receive information for “external nodes”

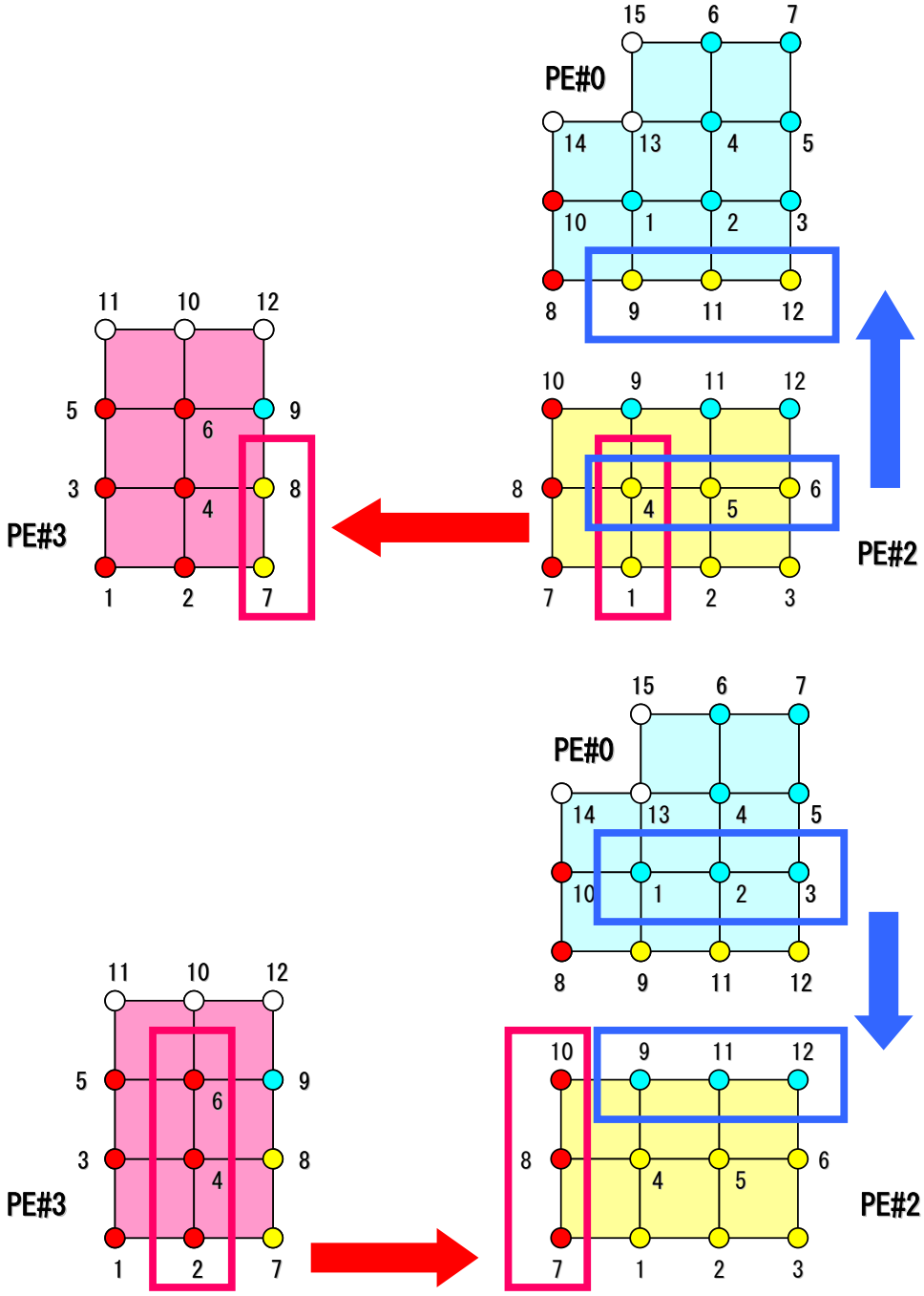


PE-to-PE comm. : Local Data




```
                2
                2
                3          0
（中略）
                3          6
                7
                8
               10
                9
               11
               12
                2          5
                1
                4
                4
                5
                6
```

PE-to-PE comm. : Local Data

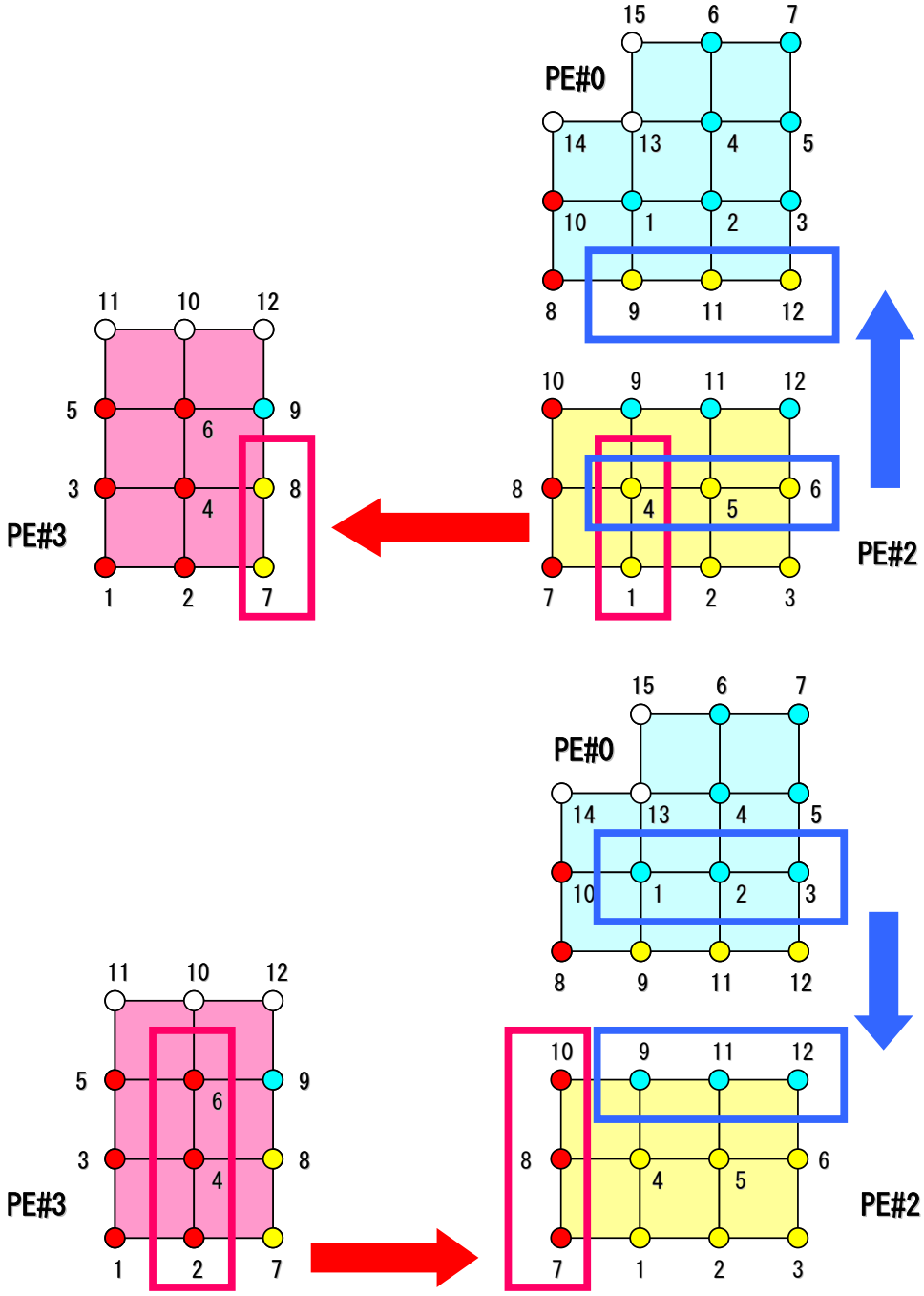



```
          2                  領域ID
          2                  隣接領域数
          3          0       隣接領域
（中略）
          3          6
          7
          8
         10
          9
         11
         12
          2          5
          1
          4
          4
          5
          6
```

```
NEIBPE= 2
NEIBPE[0]=3, NEIBPE[1]= 0
```

```
NEIBPE= 2
NEIBPE(1)=3, NEIBPE(2)= 0
```

PE-to-PE comm. : SEND

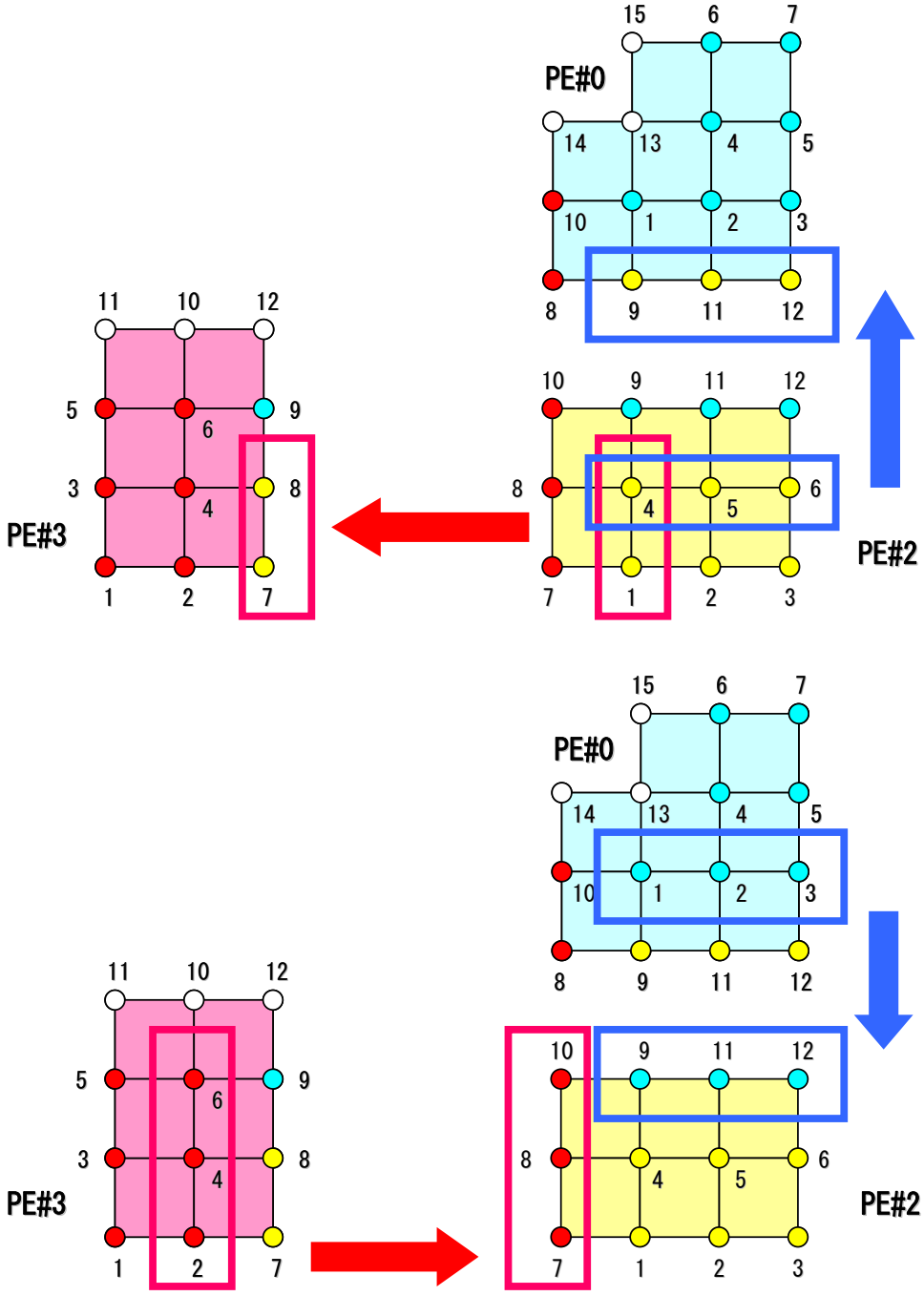



```
          2
          2
          3          0
（中略）
          3          6
          7
          8
         10
          9
         11
         12
          2          5  export_index
          1
          4
          4
          5
          6
```

```
export_index[0]= 0
export_index[1]= 2
export_index[2]= 2+3 = 5

export_item[0-4]=1,4,4,5,6
export_item(1-5)=1,4,4,5,6
```

4番の節点は2つの領域に送られる

PE-to-PE comm. : RECV

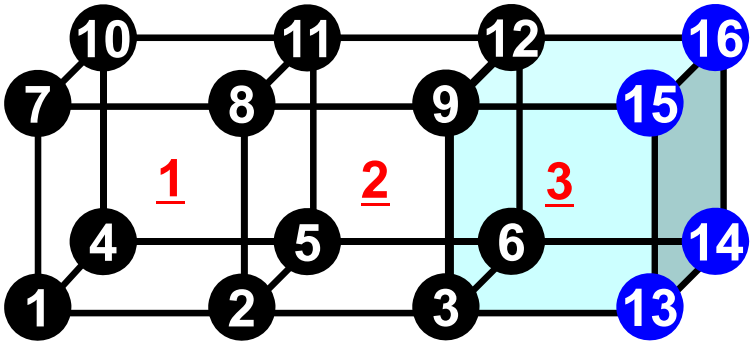



```
            2
            2
            3           0
（中略）
            3           6  import_index
            7
            8
           10
            9
           11
           12
            2           5
            1
            4
            4
            5
            6
```

```
import_index[0]= 0
import_index[1]= 3
import_index[2]= 3+3 = 6

import_item[0-5]=7,8,10,9,11,12
import_item(1-6)=7,8,10,9,11,12
```

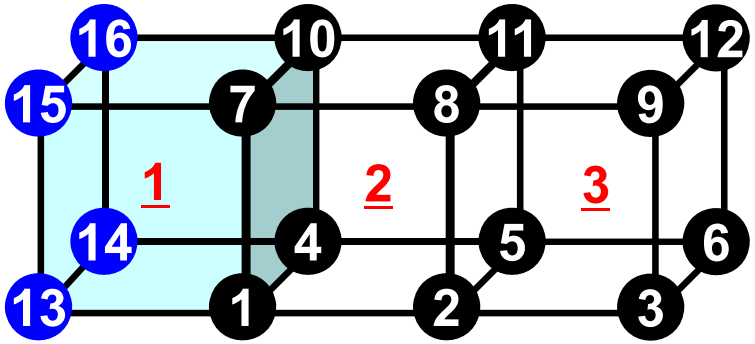
節点グループ

pc.0




```
  4
  4  12  20  28
Xmin
  1   4   7  10
Ymin
  1   2   3  13   7   8   9  15
Zmin
  1   2   3  13   4   5   6  14
Zmax
  7   8   9  15  10  11  12  16
```

pc.1




```
  4
  0   8  16  24
Xmin
Ymin
 13   1   2   3  15   7   8   9
Zmin
 13   1   2   3  14   4   5   6
Zmax
 15   7   8   9  16  10  11  12
```

- pc.1
  - Xminに属する節点が無いため，節点数が「0」となっている